

# Matematično modeliranje elektro-mehanske pilotne naprave

Miha Černe, Marko Brodarič in Tadej Boncelj

Mentor: doc. dr. Gorazd Karer

Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, Tržaška 25, 1000 Ljubljana

E-maili: [mc0920@student.uni-lj.si](mailto:mc0920@student.uni-lj.si), [mb4646@student.uni-lj.si](mailto:mb4646@student.uni-lj.si), [tb9996@student.uni-lj.si](mailto:tb9996@student.uni-lj.si),  
[gorazd.karer@fe.uni-lj.si](mailto:gorazd.karer@fe.uni-lj.si)

## *Mathematical modelling of an electromechanical pilot device*

In this paper, we describe the development of mathematical models of an electromechanical pilot device under different operating conditions. We also present the optimization, analysis, and validation of models that can serve as the basis for control design, based on the measurements we conducted on the real process itself. The results include a nonlinear mathematical model describing the behaviour of the observed process over the entire operating range. We will show the optimization steps with iteratively improved optimized models. The models have been validated by comparing the simulated responses to the measured responses of the real system.

The measurements consist of various excitation signals, with which we obtained the complete idea of the behaviour of the real process at low and high-frequency inputs. The problem, which at first glance was not so obvious, is the need for the device to warm up before conducting measurements, resulting in different responses for the same excitation signals. Since we do not know the history of use, we have solved the warm-up problem by introducing a heating cycle.

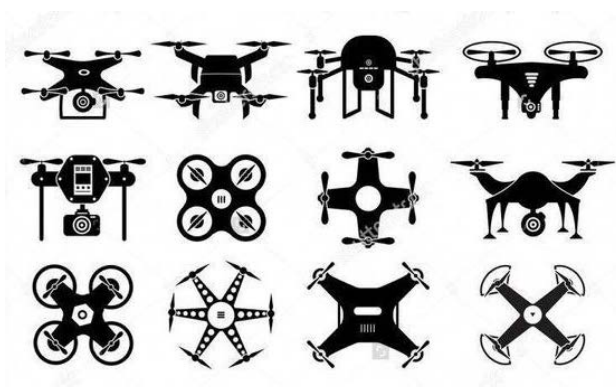
## *Kratek pregled prispevka*

V članku smo opisali razvoj matematičnih modelov elektro-mehanske pilotne naprave za različne pogoje obratovanja. Predstavili smo tudi optimizacijo, analizo in vrednotenje modelov, ki lahko služijo kot osnova za načrtovanje vodenja. Rezultati vključujejo nelinearni matematični model, ki opisuje obnašanje opazovanega procesa v celotnem območju delovanja. Prikazali bomo korake optimizacije skozi iterativno izboljšane optimizirane modele. Modele smo ovrednotili s primerjavo simuliranih odzivov z izmerjenimi odzivi realnega sistema.

Posebno pozornost smo posvetili optimizaciji modela z meritvami na realnem procesu, ki so bile sestavljene iz različnih vrst vzbujalnih signalov. Tako smo dobili celotno podobo obnašanja realnega procesa pri nizko- in visokofrekvenčnih vzbujanjih. Problem, ki na prvi pogled ni bil tako očiten, pa je neogretost same naprave. Zaradi usedanja maziva in same temperature pilotne naprave ne pridemo v vseh okoliščinah do enakih odzivov. Ker ne poznamo zgodovine uporabe, smo problem neogretosti rešili z vpeljavo ogrevalnega cikla.

## 1 Uvod

Elektro-mehanska pilotna naprava je preprosta priprava, ki je zanimiva za obravnavo oz. učenje modeliranja. Poznamo več sistemov, ki za svoje delovanje uporabljajo propelerje, kot so brezpilotni letalniki na sliki 1, helikopterji, letala, ladje ...



Slika 1: Primeri naprav s propelerji [8]

Pri razvoju modela sistema smo uporabili hibridno modeliranje, ki se pogosto uporablja pri realnih sistemih, ki imajo zvezne odzive oz. kadar so vse obravnavane veličine zvezne funkcije časa. [1] Hibridno modeliranje vključuje teoretično modeliranje na podlagi fizikalnih enačb in dopolnilnih eksperimentov na sami napravi. Z njimi dopolnimo aspekte ki jih v idealnem matematičnem svetu težje definiramo. Tukaj pride na vrsto optimizacija, s katero relevantne vplivne parametre nastavljam tako, da model čim bolj posnema realni sistem.

V prispevku bomo najprej opisali samo sestavo naprave, kjer se poglobimo v mehanski in električni del. in lahko povezujemo optimizacijo s samim začetnim modelom in težavami, ki se pri modeliranju pojavljajo. V naslednjem razdelku bomo opisali matematični model, na podlagi katerega smo obravnavali celoten sistem. Opisali bomo tudi katere parametre smo optimirali. Nato bomo opisali način izvajanja meritev in vrste vhodnih signalov, s katerimi vzbujamo našo napravo. Po pridobljenih meritvah bomo pojasnili iterativne korake optimizacije. Po tem bomo dobljene optimizirane modele ovrednotili glede na testne meritve. Na koncu pa bomo z zaključnimi

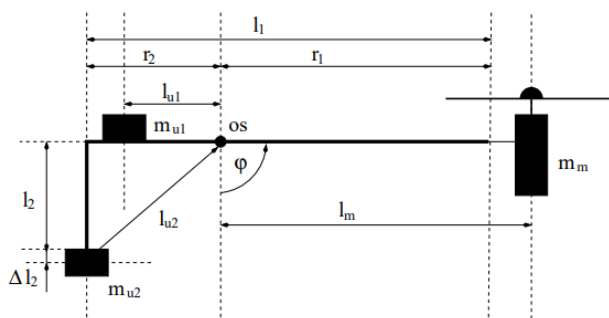
idejami povzeli vse ugotovitve, do katerih smo prišli v celotni raziskavi.

## 2 Opis naprave

### 2.1 Opis mehanike

V samem bistvu je naša naprava palica, sestavljena iz dveh delov: stojala, ki ima na vrhu z ležaji pritrjeno jekleno os, ter palice ki je v središču pritrjena na to os. Na eni strani palice imamo elektromotor s propelerjem, na drugi strani pa utež. Glej sliko 2.

Ko propeler miruje, je palica v spodnji ravnovesni legi, ko pa s propelerjem ustvarimo dovolj potiska, naprava zaokroži okoli svoje osi do zgornje maksimalne lege. Zgornji in spodnji ekstremni položaj omejuje prečka, v katero se glavna palica zaleti. [1]



Slika 2: Shematični prikaz delovanja naprave [1]

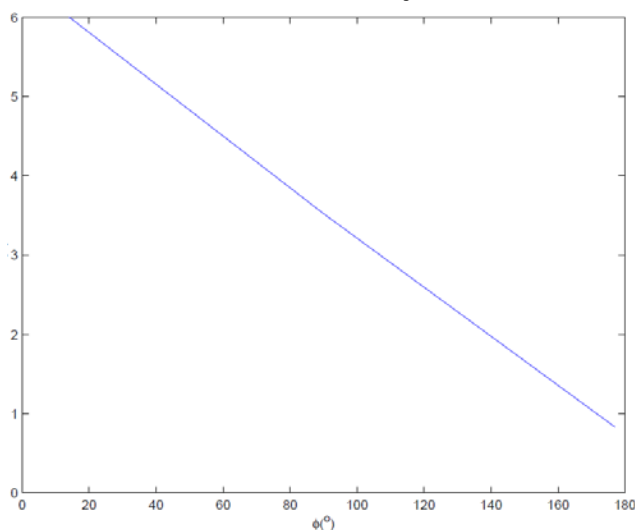
### 2.2 Opis elektronike

Potisk ustvarja 60 W modelarski motor MIG 400, ki ima nazivno napetost 6 V. Na os motorja je pritrjen propeler iz umetne mase, ki proizvaja potisk in hladi napravo.

Krmilimo ga s pulzno-širinsko moduliranim signalom. Za pulzno-širinsko modulacijo smo uporabili frekvenco 80Hz. Modulirani signal smo generirali z vezjem U2352B s kondenzatorjem 0,15  $\mu$ F.

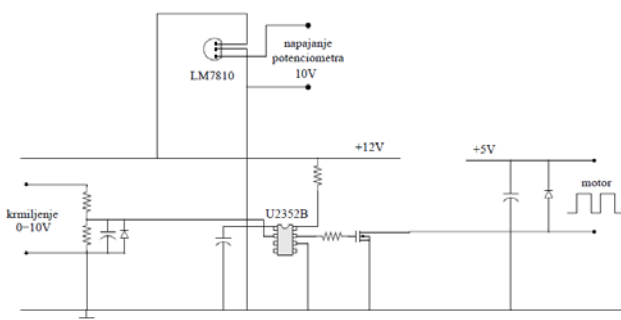
Za senzor kota uporabimo potenciometer, ki ga napajamo prek stabilizirane napetosti s pomočjo integriranega vezja LM7810. Senzor kota ima naslednjo karakteristiko, ki je prikazana na sliki 3. [1]

Karakteristika senzorja kota



Slika 3: Karakteristika senzorja kota [1]

Celotno vezje je prikazano na sliki 4, krmilimo ga pa z vhodnim signalom v območju 0 – 10 V. [1]



Slika 4: Vezje elektro-mehanske naprave [1]

### 3 Razvoj modela

V prvi fazi razvoja modela naprave smo se modeliranja lotili teoretično. Izhajali smo iz zveze (1), ki predstavlja enačbo ravnovesja navorov, ki delujejo na napravo, pri čemer  $J$  predstavlja vsoto vztrajnostnih momentov posameznih delov naprave,  $T$  vsoto navorov, ki delujejo na napravo in  $f$  koeficient trenja v ležajih.

$$J\ddot{\phi} = T - f\dot{\phi} \quad (1)$$

Za posamezen del naprave smo tako določili njegov doprinos k vztrajnostnemu momentu naprave ter k skupnemu navoru, vsote

prispevkov pa smo upoštevali v izhodiščni enačbi (1).

V osnovni ravnovesni enačbi smo upoštevali prispevek trenja v ležajih zgolj kot faktor  $f$ . Ker pa je trenje kompleksen proces, ga lahko razširimo in bolje opišemo z upoštevanjem različnih komponent trenja. Ena od možnih aproksimacij je Makkarov model (2), ki povezuje hitrost s silo trenja, ob tem pa upošteva še šest parametrov trenja  $\hat{f}_1, \dots, \hat{f}_6$ . [7]

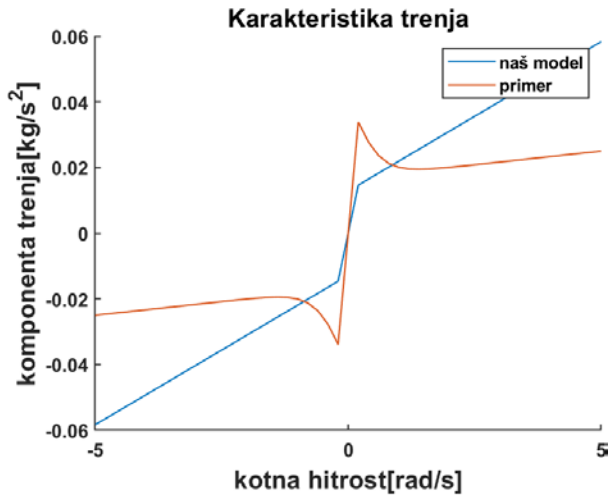
$$F_{tr} = \hat{f}_1(\tanh(\hat{f}_2\dot{\phi}) - \tanh(\hat{f}_3\dot{\phi})) + \hat{f}_4 \tanh(\hat{f}_5\dot{\phi}) + \hat{f}_6\dot{\phi} \quad (2)$$

Ker desna stran enačbe (1) predstavlja vsoto navorov, moramo enačbo (2) pomnožiti s konstanto  $f$  v m/s, da dobimo navor trenja (3), ki ga nato lahko vključimo v model, pri čemer konstante  $f_1 = f\hat{f}_1, \dots, f_6 = f\hat{f}_6$  določimo eksperimentalno.

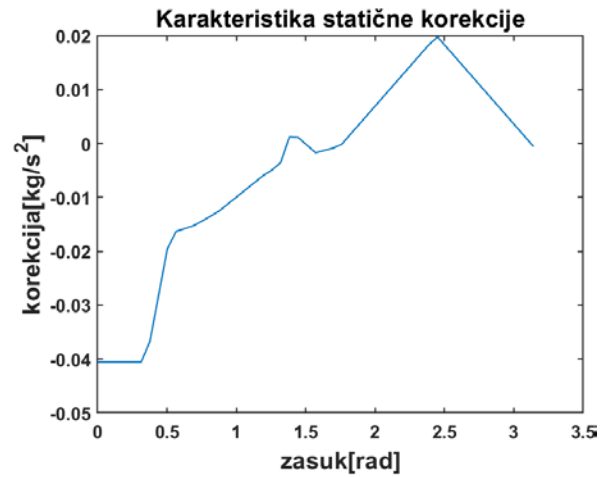
$$M_{tr} = fF_{tr} = f_1(\tanh(f_2\dot{\phi}) - \tanh(f_3\dot{\phi})) + f_4 \tanh(f_5\dot{\phi}) + f_6\dot{\phi} \quad (3)$$

Makkarov model ima značilno obliko karakteristike trenja. Po optimizaciji pa se je izkazalo, da dobljena karakteristika trenja odstopa od tipične, po obliki pa lahko sklepamo da gre zgolj za vpliv viskoznega trenja brez Stribeckovega efekta, [6] kar je razvidno iz slike 5.

Ob združitvi vseh izpeljav dobimo teoretično dognan model (4) pilotne naprave, pri čemer upoštevamo gravitacijski pospešek  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ , gostoto konstrukcijske cevi na dolžino  $\rho_d = 1,13 \text{ kg/m}$ , maso motorja  $m_m = 0,13 \text{ kg}$ , masi proti uteži  $m_{u1} = 0,145 \text{ kg}$  in  $m_{u2} = 0,02 \text{ kg}$  ter dolžine posameznih delov naprave  $l_1 = 0,54 \text{ m}$ ,  $l_2 = 0,128 \text{ m}$ ,  $r_1 = 0,34 \text{ m}$ ,  $r_2 = 0,2 \text{ m}$ ,  $l_{u1} = 0,165 \text{ m}$ ,  $l_{u2} = 0,24 \text{ m}$ ,  $l_m = 0,38 \text{ m}$  in  $l_{d} = 0,21 \text{ m}$ , katerih pomen je razviden iz slike 2.



Slika 5: Karakteristika trenja



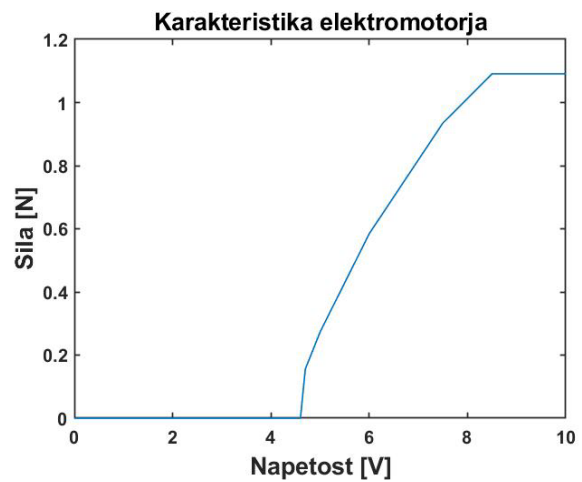
Slika 6: Karakteristika statične korekcije

$$\begin{aligned} & \left( \rho_d \left( \frac{1}{3} l_1 (r_1^2 - r_1 r_2 + r_2^2) + l_2 \left( \frac{l_2^2}{3} + r_2^2 \right) \right) \right. \\ & \quad \left. + m_m l_m^2 + m_{u1} l_{u1}^2 + m_{u2} l_{u2}^2 \right) \ddot{\varphi} \\ & = F_m l_m + g \sin(\varphi) \left( \rho_d \left( \frac{r_2^2}{2} - \frac{r_1^2}{2} \right) + m_{u1} l_{u1} - \right. \\ & \quad \left. m_m l_m \right) + \rho_d l_{2d} l_2 g \sin(\varphi + \psi_1) + \\ & \quad m_{u2} g l_{u2} \sin(\varphi + \psi_2) - f_1 (\tanh(f_2 \dot{\varphi}) - \tanh(f_3 \dot{\varphi})) - f_4 \tanh(f_5 \dot{\varphi}) - f_6 \dot{\varphi} \end{aligned} \quad (4)$$

Odziv tako dobljenega matematičnega modela skozi celotno območje še vedno odstopa od odziva realne naprave. Vzrok je nelinearnost, ki smo jo opisali z vpogledno tabelo, ki predstavlja direktno relacijo med zasukom in odzivom, kot podaja enačba (5). Tukaj  $c(\varphi)$  predstavlja vpogledno tabelo s koeficienti  $c_1, \dots, c_{13}$ , ki jih nastavimo s pomočjo optimizacije. Karakteristika tabele je prikazana na sliki 6.

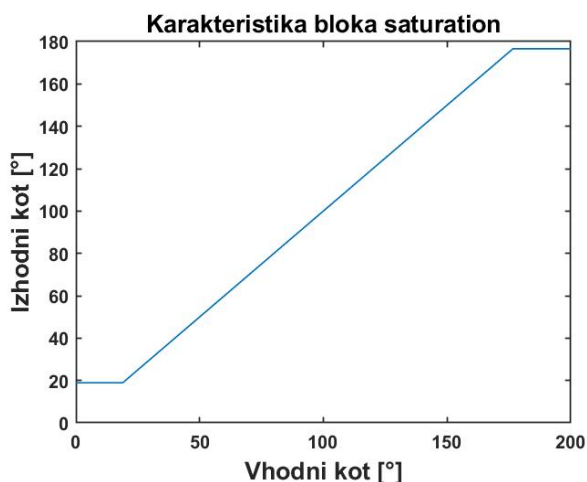
$$M = c(\varphi)\varphi \quad (5)$$

Do sedaj smo upoštevali, da je vhod v sistem sila, ki jo povzroči motor s propelerjem, na realni napravi pa nastavljam napetost na elektromotorju. To smo upoštevali z vpeljavo karakteristike, ki nam napetost na elektromotorju, preslika v silo. Karakteristika je prikazana na sliki 7.



Slika 7: Karakteristika potiska motorja s propelerjem

Matematični model predpostavlja, da se lahko izhod sistema nahaja na odprtem intervalu  $(-\infty, \infty)$ , zasuk realne naprave pa omejuje prečka, ki gibanje omeji med  $18,9^\circ$  in  $176,6^\circ$ . To omejitev smo upoštevali z blokom nasičenja, ki vse vrednosti zunaj predpisanega intervala postavi na zgornjo ali spodnjo mejno vrednost. Karakteristika bloka je prikazana na sliki 8.



Slika 8: Karakteristika bloka nasičenja

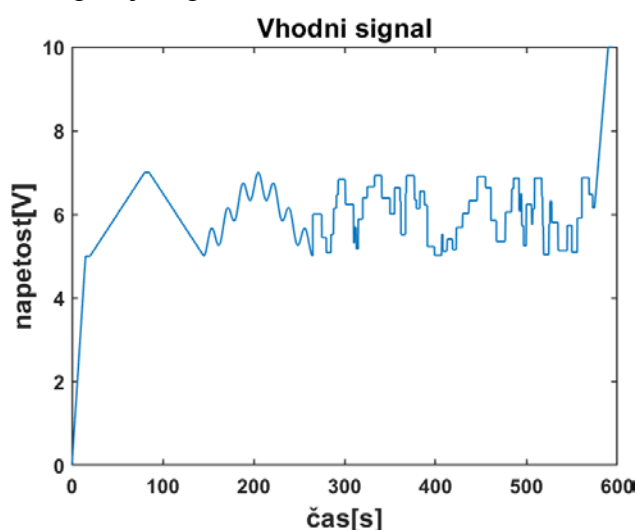
#### 4 Izvajanje meritev

Sprva smo modelirali na šolskih meritvah, ki so nam jih pripravili profesorji. Ti podatki so se izkazali za nezadostne, saj so vsebovali le stopničaste vhodne signale, ki so sicer frekvenčno bogati, vendar težko izoliramo nizkofrekvenčni odziv od visokofrekvenčnega. Izdelani so bili na podlagi le dveh povprečenih meritev. Izkazalo se je, da je potrebnih več meritev, saj odzivi našega sistema kažejo velik raztros. Med dvema meritvama so se pojavila odstopanja tudi do  $3^\circ$  na posamezni stopnici. Sistem ima tudi lastnost, da ima različen odziv, če vhodni signal spremenimo na določeno vrednost z nižje ali višje vrednosti. Zato le naraščajoč stopničast vhodni signal ni bil primeren za razvoj kvalitetnega modela. Zadnja pomanjkljivost so nepoznane okoliščine meritev, ne vemo če so se komponente mehansko deformirale od trenutka izvajanja meritev, ne poznamo takratnega stanja naprave ali temperature in pogojev pri katerih so bili eksperimenti izvedeni.

Zato smo predlagali nov vhodni signal za izvedbo meritev, prikazan na sliki 9. Signal pokrije celotno delovno območje [0 V, 10 V] z glavino v delovnem območju [5 V, 7 V]. Sestavljen je iz več delov:

1. Začetna rampa, ki odmakne napravo iz minimalne lege v delovno območje.

2. Rampa navzgor in navzdol, ki vzbuja nizkofrekvenčni odziv naprave brez točk kjer je  $\dot{\varphi} = 0$ . Torej dobimo odziv brez lepenja.
3. Seštevek dveh nizkofrekvenčnih sinusnih signalov, počasni signal, pri katerem je pri odzivu v lokalnih minimumih  $\dot{\varphi} = 0$ .
4. Psevdo-naključni stopničasti signal z dolžino stopnic v območju [1 s, 10 s] in spremembo amplitude v območju [0,2 V, 1 V]. To je frekvenčno bogat signal na katerem bomo lahko opazovali dinamične lastnosti sistema.
5. Končna rampa ki napravo spravi do skrajne zgornje lege.

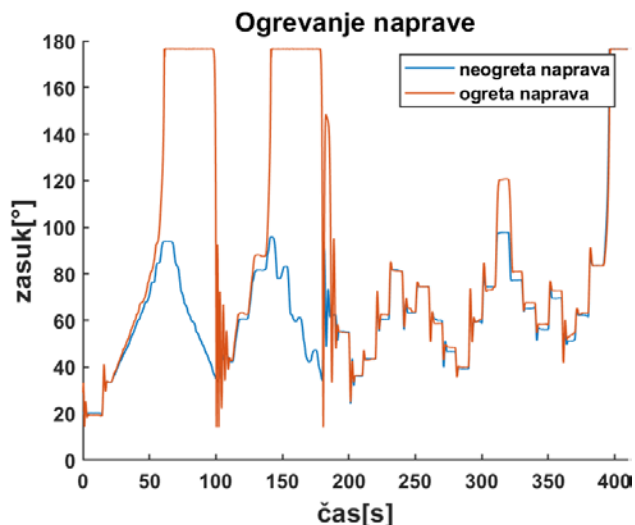


Slika 9: Vhodni vzbujačni signal

Da bi imeli dovolj velik vzorec smo meritev ponovili 15-krat. Prav tako smo generirali 10 testnih psevdo-naključnih stopničastih signalov za namen verifikacije in vrednotenja naših rezultatov.

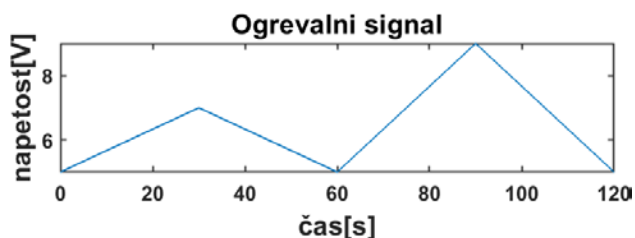
Prek sistema za dostop na daljavo smo pognali meritve na računalniku, ki je povezan na obravnavano napravo. Prva meritev je bila na pogled uspešna, pri vseh nadaljnjih meritvah pa je naprava obstala v skrajnem zgornjem položaju, kot je vidno na sliki 10. To nas je presenetilo, saj bi morala naprava glede na meritve, ki smo jih imeli na voljo, pri našem vhodnem signalu ostati v delovnem območju. Ugotovili smo, da je bil vzrok to, da so bile meritve narejene na neogreti napravi. Ker naprava ni konstantno v uporabi, sta se v ležajih nabirala rja in prah, prav tako pa olje ni bilo razmazano. Posledično se je povečalo trenje in lepenje, kar je povzročilo drugačen

odziv naprave. To pojasni odstopanje prve meritve od vseh nadaljnjih.



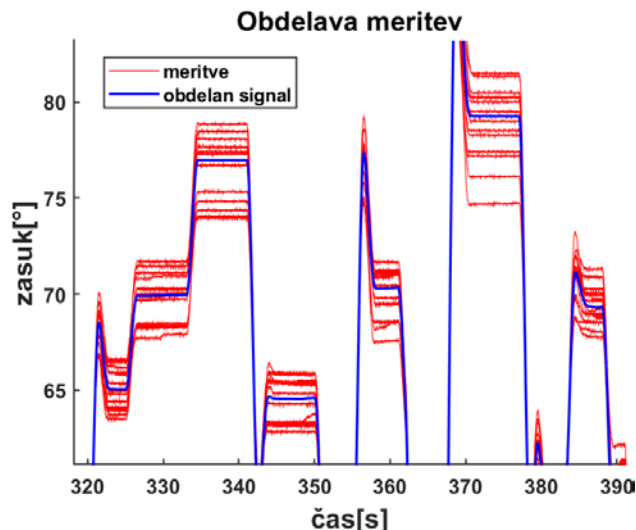
Slika 10: Odstopanje prve meritve od ostalih

Kot rešitev problema smo omejili vhodni signal na trenutno območje [5 V, 7 V] (v prvi verziji je bil omejen na [5 V, 8 V]) in uvedli ogrevalni signal. Ogrevalni signal je bil sestavljen iz štirih zaporednih ramp navzgor in navzdol, ki napravo premikajo čez celotno območje delovanja. Ogrevalni signal je prikazan na sliki 11.



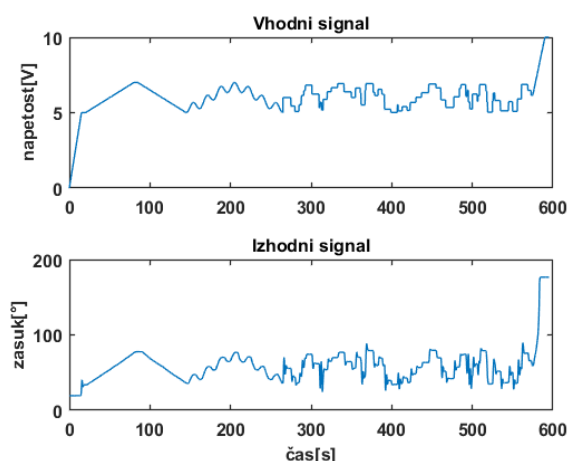
Slika 11: Predlagani ogrevalni signal

V naslednjem koraku smo pridobljene meritve predobdelali. Najprej smo meritve napetosti pretvorili v stopinje zasuka po karakteristični tabeli. Nato smo signale zgladili z gausovim filtrom. Izbrali smo takšen filter, da smo odstranili visokofrekvenčni šum, ohranili pa špice signala. Nato smo vseh 15 meritev združili v eno. Najprej smo meritve enostavno povprečili, nato pa smo opazili, da osamelci premočno premaknejo rezultat. Zato smo uporabili Matlabovo funkcijo *trimmean*, ki odreže poljuben odstotek največjih in najmanjših vrednosti, ki večinoma predstavljajo osamelce. Na sliki 12 vidimo rezultat obdelave meritev.



Slika 12: Obdelava surovih meritev

Tako smo združili eksperimentalne podatke v značilnega predstavnika vseh 15 meritev na katerem lahko izvedemo optimizacijo. Rezultat meritev je prikazan na sliki 13.



Slika 13: Rezultati obdelanih meritev

## 5 Analiza in optimizacija nelinearnega modela

V prvotni verziji modela smo optimizirali kar vse parametre, ki so nastopali v našem modelu. To je vključevalo dolžine, mase in razdalje. Rezultat optimizacije je zagotovil (vsaj na prvi pogled) boljši odziv, vendar parametri modela niso več odražali realnega stanja. Mase in razdalje so postale negativne, naša naprava je pa sodeč po optimalnih parametrih zgrajena iz dvometrskih palic. To se nikakor ne sklada z

realno napravo in teoretično modeliranje, ki smo ga naredili, bi izgubilo smisel. Zato smo to metodo ovrgli. V končni izvedbi smo mase in dolžine, ter iz njih izpeljane količine vzeli iz priročnika [1]. Imamo pa tudi neznane parametre in sicer 6 koeficientov trenja  $f_1 \dots f_i \dots f_6$  in 13 koeficientov statične korekcije  $c_1 \dots c_i \dots c_{13}$ . Privzamemo da je  $c_1 = c_2$  in  $c_{12} = c_{13}$ , ker to poenostavi karakteristiko pri skrajnih legah. Iz preostalih 17 parametrov sestavimo optimizacijski vektor. Vsako izmed komponent omejimo na območje  $[lb, ub]$ , kjer je  $lb$  spodnja meja in  $ub$  zgornja meja. Za zgornje meje koeficientov trenja smo vzeli približno dvakratno vrednost primera [6], skaliranega na vrednost koeficienta viskozne trenja v priročniku [1]. Meje optimizacije in končne vrednosti komponent  $x$  so podane v tabeli 1.

	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$c_i$
$lb$	0	0	0	0	0	0	-0.1
$ub$	2	800	100	1	1000	1	0.1
$x$	0.97	47.86	47.18	13e-3	18.26	91e-3	razno

Tabela 1: robni pogoji optimizacije in končne vrednosti

Kot kriterijsko funkcijo, ki smo jo minimizirali, smo izbrali enačbo (6): vsoto kvadratov razlik med meritvijo  $y_n$  in odzivom modela  $\bar{y}_n$ . Ta kaznuje velika odstopanja, je pa občutljiva na osamelce. To pomanjkljivost smo v predobdelavi podatkov v veliki meri odstranili. Poizkusili smo tudi z vsoto absolutnih vrednosti razlik, vendar smo dobili slabše rezultate.

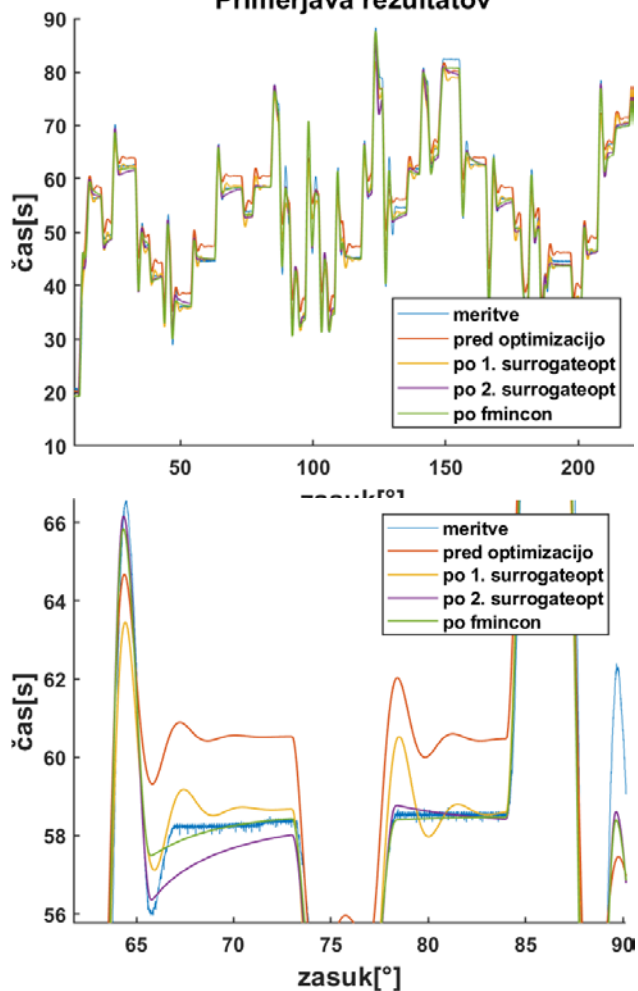
$$I = \sum_n (y_n - \bar{y}_n)^2 \quad (6)$$

Optimizacijo smo izvedli v več korakih. Kjer je bilo mogoče smo uporabili paralelno procesiranje in GPU pospeševanje. Najprej smo z globalno optimizacijsko metodo z nadomestnimi funkcijami (Matlabova funkcija *surrogateopt*) optimizirali koeficiente  $c_i$  in koeficient viskozne trenja  $f_6$ . V tem koraku smo upoštevali le en koeficient, saj po priročniku [1] zadovoljivo opiše delovanje modela. Namen tega koraka je določanje začetnih pogojev vrednosti  $c_i$ . Kot začetne pogoje prve optimizacije smo vstavili  $c_i = 0$  in  $f_6 = 0$ . Rezultate  $c_i$  te optimizacije smo nato vstavili kot začetni pogoj druge optimizacije z nadomestnimi funkcijami. Pri drugi optimizaciji smo upoštevali

vse koeficiente trenja  $f_i$  z začetnimi pogoji pri  $(ub + lb)/4$ . Za ta rezultat lahko rečemo, da je dovolj blizu globalnemu minimumu, da lahko vpeljemo lokalno optimizacijsko metodo. To smo storili s funkcijo *fmincon*, kot začetne pogoje smo pa zopet vstavili rezultat prejšnje optimizacije. Po končani optimizaciji smo dobili koeficiente podane v tabeli 1 s katerimi lahko dobro definiramo naš model.

Delovanje našega optimiziranega modela smo vrednotili na podlagi odziva na 10 psevdonaključnih stopničastih vhodnih signalov, ki jih pri optimizaciji nismo uporabili. Primerjavo odzivov posameznih korakov optimizacije lahko vidimo na sliki 14.

Slika 14: primerjava modelov na celotnem Primerjava rezultatov



območju zgoraj, približan odsek spodaj

Vidimo, da neoptimiziran model dobro opiše obliko odzivov, pogosto pa zgreši nivo, pri katerem se odziv ustali.

Zato smo uvedli koeficiente statične korekcije, ki to napako odpravi, kot je vidno pri prvem delu optimizacije. Ker pa imamo po prvem delu še vedno le komponento viskoznega trenja, pa imamo prenizke prenehaje in predolgo iznihavanje. Ko po drugem ciklu optimizacije vključimo vse komponente trenja se dinamični odzivi močno izboljšajo. Z modelom sedaj dosežemo vrhove prenehajev, le ustaljeno stanje dosežemo prepozno. S tretjo lokalno optimizacijo rezultati izgledajo po obliki podobno kot po drugi, le bolj se približamo meritvam. Pri vseh modelih pa zaradi nekonstantne narave modela ne izničimo odstopanj pri ustaljenem stanju.

Če podatke še statistično ovrednotimo čez vseh 10 testnih signalov, dobimo podatke zbrane v tabeli 2. Za vsakega izmed signalov smo izračunali povprečno odstopanje, največje odstopanje od meritev, koren vsote kvadratov odstopanj in Theil-ov koeficient. Če povprečimo te količine čez vse meritve, vidimo, da smo res z vsakim korakom izboljšali ujemanje modela z odzivom realne naprave.

	Pred optimizacijo	Po 1. surrogateopt	Po 2. surrogateopt	Po fmincon
PPO	$\pm 2.18^\circ$	$\pm 1.44^\circ$	$\pm 1.27^\circ$	$\pm 1.11^\circ$
PPN	11.17°	10.10°	12.50°	7.77°
PVK	399.94	229.37	223.67	188.72
PTK	0.0244	0.0188	0.0168	0.0133

*Tabela 2: Statistično vrednotenje modela, PPO pomeni povprečno povprečno odstopanje, PNP povprečno največje odstopanje, PVK povprečen koren vsote kvadratov odstopanj in PTK povprečen Theil-ov koeficient desetih meritev*

## 6 Zaključki

Po vseh opravljenih meritvah in simulacijah, smo ugotovili, da naš model dovolj dobro odraža dinamiko realne naprave. Še vedno pa kljub optimizaciji prihaja do razlik med meritvami in dejanskim odzivom naprave. To je posledica večih nepoznanih dejavnikov, ki jih v našem matematičnem modelu nismo zajeli. To se lahko opazi v sami neponovljivosti odziva pri večih

zaporednih poskusih vzbujanja in popačeni obliki odzivov glede na meritve.

Opazili smo, da moramo biti pozorni na samo uporabo naprave, torej da bo naš model deloval optimalno le v določenih okoliščinah. Nujno je torej, da je pred izvedbo meritev naprava biti ogreta. Prav tako smo optimizirali le v delovnem območju, zato stanja izven tega območja slabše opišemo. Pri optimiziranju moramo zajeti čimveč oblik signalov, ki bodo zastopani v realni uporabi naprave, saj na tak način simuliramo celotno dogajanje.

Naš model bi lahko izboljšali z natančnejšimi meritvami parametrov naše naprave. Naredili bi lahko še več ponovitev meritev in daljše meritve, ki bi nam dale še boljši vpogled v povprečno delovanje naprave. Napravi bi lahko zamenjali mehanske in elektronske komponente s preciznimi komponentami z manjšimi tolerancami, kar bi zmanjšalo raztros rezultatov. Če bi modelirali še obnašanje naprave v skrajnih legah (odboj od prečk) bi lahko res pokrili celotno izhodno območje naprave.

## 7 Literatura

- [1] A. Belič, Priročnik pilotne naprave, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, 2005.
- [2] M. Atanasijević-Kunc, Metode modeliranja, Študijsko gradivo, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, 2020.
- [3] M. Atanasijević-Kunc, R. Karba, B. Zupančič, Modeliranje in simulacija. Založba Fakultete za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, 2016.
- [4] R. Karba, Modeliranje procesov, Založba FE in FRI, 1999.
- [5] M. Atanasijević-Kunc, Modeliranje procesov: zbirka primerov z ilustracijami v okolju Matlab-Simulink, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, 2008.
- [6] <https://www.mathworks.com/help/ident/ug/friction-modeling-matlab-file-modeling-of-static-iso-system.html>
- [7] C. Makkar, W. Dixon, W. Sawyer, G. Hu, A new continuously differentiable friction model for control systems design, Proceedings, 2005 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics.
- [8] <https://siteofthedrones.com/types-of-drones>, 20. 3. 2020