

# Modeliranje in simulacija sistema za navijanje

**Jernej Kodele in Klemen Trampuž**

**Mentor: doc. dr. Gorazd Karer**

**Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, Tržaška 25, 1000 Ljubljana**

**E-maili: [jk5917@student.uni-lj.si](mailto:jk5917@student.uni-lj.si), [kt7184@student.uni-lj.si](mailto:kt7184@student.uni-lj.si), [gorazd.karer@fe.uni-lj.si](mailto:gorazd.karer@fe.uni-lj.si)**

## *Modelling and simulation of a winding system*

In the paper, we present the development of several mathematical models of a winding system. This pilot plant is the TQ-CE108 system manufactured by TecQuipment Ltd. It mimics dynamic processes often encountered in paper, textile and electrical industries. It is also an interesting challenge for the development of an optimal control design algorithm. The purpose of the modelling procedure was therefore defined in such a way that all the developed models are suitable for control-design purposes and are therefore also of appropriate quality. These goals motivated the gradual development of three dynamic models, namely a nonlinear, which describes the process in the entire operating range, and two linearized descriptions for two selected operating points. The efficacy of the developed modelling results is illustrated by comparing simulation results with measured data.

## *Kratek pregled prispevka*

V prispevku smo predstavili razvoj matematičnih modelov sistema za navijanje. Gre za pilotno napravo TQ-CE108 proizvajalca TecQuipment Ltd. Naprava posnema dinamične procese, ki jih pogosto srečujemo v papirni, tekstilni in elektro industriji in predstavljajo tudi izziv za razvoj optimalnih regulacijskih sistemov. Namen modeliranja je bil torej definiran tako, da so razviti modeli predstavljeni v obliki, ki je ustrezna za namene načrtovanja vodenja, in so seveda tudi primerno kvalitetni. Ti razlogi so nas vodili v postopen razvoj treh modelov, in sicer nelinearnega, ki dobro opisuje proces v celotnem območju delovanja, ter dveh lineariziranih za dve izbrani delovni točki obratovanja. Učinkovitost rezultatov modeliranja smo prikazali s primerjavo simulacijskih rezultatov in meritev na obravnavanem sistemu.

## 1 Uvod

V mnogih industrijskih obratih srečujemo sisteme za navijanje in obdelavo ali predelavo različnih snovi. Tovrstni sistemi so pogosti v papirni in tekstilni industriji, pa tudi v elektro obratih, kjer gre lahko za navijanje žic, navijanje transformatorjev, kondenzatorjev in podobnega, kot je ilustrirano na sliki 1.



Slika 1: Sistemi za navijanje v industriji

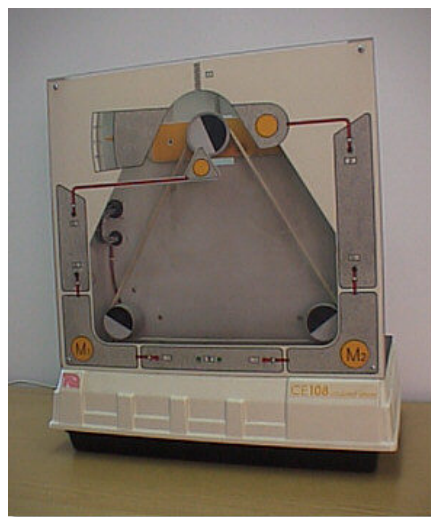
Pri mnogih tovrstnih sistemih reguliramo hitrost in napetost navijajočega materiala.

Pri razvoju matematičnih modelov lahko izbiramo med različnimi pristopi, katerih izbira je odvisna predvsem od poznavanja zakonitosti, ki se jim obravnavani sistem podreja in količine podatkov (meritev), ki jih lahko za obravnavani sistem pridobimo [1-4]. Odločili smo se za hibridni pristop, ki združuje teoretično modeliranje, dopolnjeno z ustrezno načrtanimi eksperimenti na sistemu, ki rezultate teoretičnega modeliranja izboljšajo.

## 2 Predstavitev sistema za navijanje

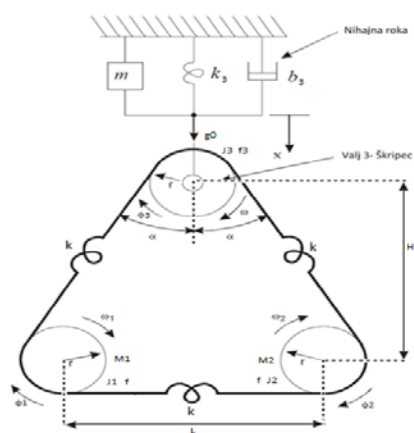
Kot smo omenili, gre za pilotno napravo TQ-CE108, prikazano na sliki 2, proizvajalca TecEquipment Ltd. [5]. Naprava je sestavljena iz treh jermenic, kar je tudi razvidno iz slike 3, nameščenih na pokončni plošči tako, da oblikujejo trikotnik, ki leži na osnovnici. Spodnji jermenici sta neposredno pritrjeni na osi dveh servomotorjev, ki poganjata elastičen trak. Navora obeh motorjev je mogoče krmiliti z

napetostnima signaloma in imata možnost obojestranskega neodvisnega vrtenja. Tretja jermenica (v nadaljevanju škripec) pa je pritrjena na nihajno roko, ki jo podpira ročno nastavljiva vzmet. Odmik nihajne roke v pozitivno ali negativno smer nakazuje napetost traku.



Slika 2: Pilotna naprava TQ-CE108

Škripec in nihajna roka predstavljata delovno postajo, kjer se material, ki ga trak predstavlja, obdeluje. Delovanje samega sistema je mogoče za začetek tudi nekoliko poenostaviti, saj je mogoče vijak, ki omogoča nihanje škripca, pritrjati in s tem onemogočiti gibanje nihajne roke. Shematično je naprava ilustrirana na sliki 3.



Slika 3: Shematični prikaz delovanja naprave

Glede na izbiro spremenljivk lahko naprava lahko deluje kot univariabilni ali kot

multivariabilni sistem. Vhoda v sistem sta lahko napetosti vzbujanja obeh motorjev, izhodi pa so lahko hitrosti vrtenja obeh motorjev in škripca ter odmik nihajne roke iz ravnovesne lege.

### 3 Razvoj modela

Modeliranje smo pričeli s teoretičnim pristopom ob uporabi Lagrangeve enačbe, ki zahteva določitev kinetične in potencialne energije ter disipacijske funkcije sistema. Enačbe smo nato realizirali v simulacijskem okolju Simulink. Uspešnost modeliranja smo vrednotili s primerjavo simuliranih odzivov in odzivov pilotne naprave pri enakem vzbujanju. Na koncu pa je sledila še linearizacija nelinearnega modela.

Matematično modeliranje sistema smo ločili na dva dela in sicer na del, pri katerem je zgornji škripec pritrjen in gibanja nihajne roke v izračunih torej ni potrebno upoštevati ter na del, ko v izračunih upoštevamo tudi dinamiko nihajne roke.

#### 3.1 Univariabilno delovanje

Pri univariabilnem delovanju smo opazovali delovanje sistema ob pritrjeni nihajni roki in ob upoštevanju Lagrangeve enačbe določili naslednje za prvi motor (1), drugi motor (2) in še za škripec (3):

$$\dot{w}_1 = \frac{1}{J_1} (M_1 - M_{z2} - fw_1 - kr^2(\varphi_1 - \varphi_2) - kr^2(\varphi_1 - \varphi_3)) \quad (1)$$

$$\dot{w}_2 = \frac{1}{J_2} (M_2 - M_{z1} - fw_2 + kr^2(\varphi_1 - \varphi_2) + kr^2(\varphi_3 - \varphi_2)) \quad (2)$$

$$\dot{w}_3 = \frac{1}{J_3} (-bw_3 + kr^2(\varphi_1 - \varphi_3) - kr^2(\varphi_3 - \varphi_2)) \quad (3)$$

V enačbah (1), (2) in (3) nastopajo spremenljivke za kotno hitrost motorjev in škripca ( $w_1, w_2, w_3$ ), vztrajnostni momenti ( $J_1,$

$J_2, J_3$ ), navora motorjev ( $M_1, M_2$ ), zaviralna navora motorjev ( $M_{z1}, M_{z2}$ ), zasuk motorjev in škripca ( $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ ), faktor dušenja motorjev ( $f$ ), dušenje škripca ( $b$ ), elastičnost traku ( $k$ ) in polmer valjev motorja in škripca ( $r$ ).

Za parametre sva uporabila naslednje vrednosti:

- $J_1 = J_2 = J_3 = 8 * 10^{-4} \text{ kg m}^2$
- $r = 0,03 \text{ m}$
- $k = 70 \text{ N / m}$
- $b = 0,01 \text{ N / m}$

Parameter za faktor dušenja ( $f$ ) smo določili s pomočjo 1-D vpogledne tabele, saj se je dušenje spreminjalo v odvisnosti od napetosti na vhodu sistema. Poleg tega pa smo morali poskrbeti še za pretvorbe vhodne napetosti v navor in izhodne kotne hitrosti v napetost. To smo realizirali z ojačevalnim blokom ob predpostavki, da je faktor pretvorbe napetosti v navor enak -2,4, faktor pretvorbe kotne hitrosti v napetost pa -0,1.

#### 3.2 Multivariabilno delovanje

Pri multivariabilnem delovanju smo upoštevali tudi odmik nihajne ročice škripca in izpeljali enačbe za prvi motor (4), drugi motor (5), škripec (6) in odmik ročice (7) v naslednji obliki:

$$\dot{w}_1 = \frac{1}{J_1} (M_1 - M_{z2} - fw_1 - kr^2(\varphi_1 - \varphi_2) - kr(r(\varphi_1 - \varphi_3) + \frac{x(H+x)}{\sqrt{(\frac{L}{2})^2 + (H+x)^2}})) \quad (4)$$

$$\dot{w}_2 = \frac{1}{J_2} (M_2 - M_{z1} - fw_2 + kr^2(\varphi_1 - \varphi_2) + kr(r(\varphi_3 - \varphi_2) + \frac{x(H+x)}{\sqrt{(\frac{L}{2})^2 + (H+x)^2}})) \quad (5)$$

$$\dot{w}_3 = \frac{1}{J_3} (-bw_3 + kr(r(\varphi_1 - \varphi_3)$$

$$+r(\varphi_2 - \varphi_3) + \frac{x(H+x)}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + (H+x)^2}})) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \dot{v} = & \frac{1}{m}(-f_3 v_2 - g_0 m - k_3 x \\ & -k(r(\varphi_2 - \varphi_3) + r(\varphi_1 - \varphi_3) \\ & - \frac{x(H+x)}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + (H+x)^2}})(\frac{(H+x)}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + (H+x)^2}} \\ & + \frac{x}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + (H+x)^2}} - \frac{2x(H+x)^2}{2\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 + (H+x)^2\right)^{3/2}})) \end{aligned} \quad (7)$$

V enačbah (4), (5), (6) in (7) nastopajo poleg spremenljivk, ki so predstavljene pri univariabilnem delovanju, še spremenljivke za odmik nihajne ročice iz ravnovesne lege ( $x$ ), razdalja med osjo pogonskih valjev in valjem škripca v mirovanju ( $H$ ), razdalja med motorjema ( $L$ ), kot med navpičnico in lego tekočega traku na gornjem valju ( $\alpha$ ), vzmet nihajne ročice ( $k_3$ ), viskozni dušilnik ( $f_3$ ), masa škripca ( $m$ ) in gravitacijska konstanta ( $g_0$ ).

Določene vrednosti parametrov so naslednje:

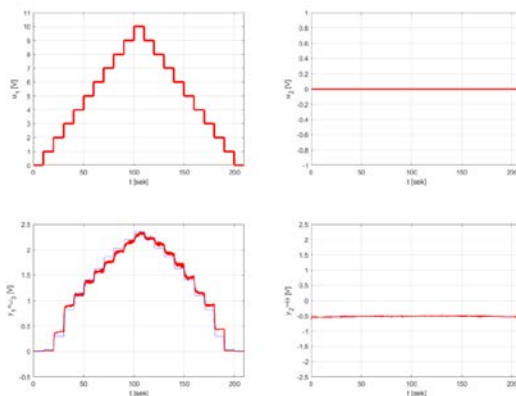
- $b = 0,01$  N/s
- $L = 0,32$  m
- $H = 0,25$  m
- $m = 0,05$  kg
- $f_3 = 0,01$  Nm/s
- $k_3 = 200$  N/m
- $g_0 = 9,81$  m/s<sup>2</sup>

#### 4 Analiza in vrednotenje rezultatov

Ko so modeli izkazovali smiselne odzive, smo pričeli s podrobnejšo primerjavo odzivov modela z odzivi pilotne naprave, kar je omogočilo nadaljnjo izboljšavo razvitega nelinearnega modela s korekcijo parametrov modela. Sledi prikaz odzivov modela v primerjavi z odzivi pilotne naprave, pri čemer je ponovno mogoče ločiti med dvema situacijama: ko je škripec fiksiran in ko prosto niha.

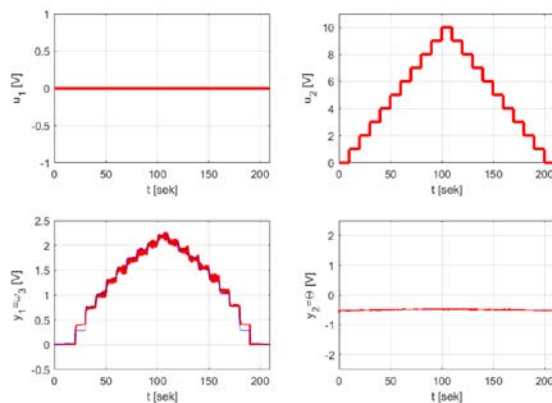
#### 4.1 Primerjava pilotne naprave in modelov pri univariabilnem delovanju

Najprej smo izvedli poskus, kjer vzbujamo samo levi motor z vrsto stopnic, desni motor pa miruje, kot prikazuje slika 4, kjer je z modro krivuljo prikazan odziv modela, z rdečo pa odziv pilotne naprave.



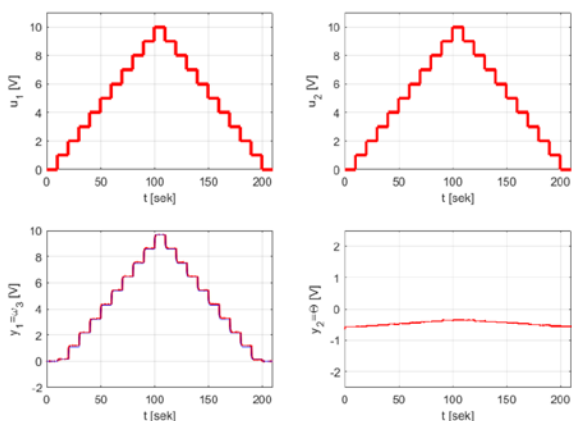
Slika 4: Primerjava odzivov modela in pilotne naprave pri univariabilnem delovanju z levim motorjem

Kot vidimo iz slike 4, se odziv modela odlično ujema z odzivom realne naprave. Sledil je poskus, ko smo vzbujali le desni motor. Odzive prikazuje slika 5.



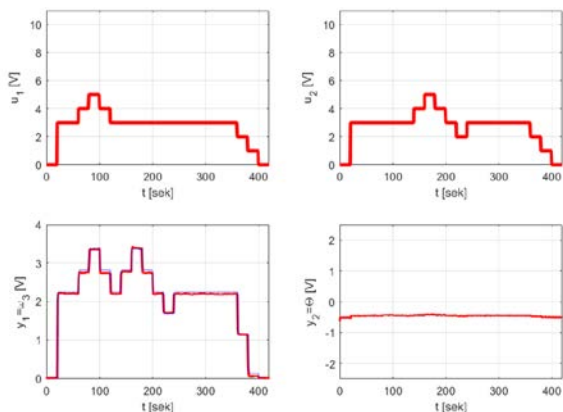
Slika 5: Primerjava odzivov modela in pilotne naprave pri univariabilnem delovanju z desnim motorjem

Iz slike 5 ponovno vidimo odlično ujemanje modre krivulje, ki predstavlja odziv modela in rdeče krivulje, ki predstavlja odziv pilotne naprave. Nadalje smo vzbujali še oba motorja hkrati, rezultat pa je prikazan na sliki 6.



*Slika 6: Primerjava odzivov modela in pilotne naprave, ko vzbujamo oba motorja in je škripec pritrjen*

V tem primeru dobimo skoraj popolno ujemanje odzivov modela in odzivov pilotne naprave. Sledil je poskus nesinhronega vzbujanja obeh motorjev, ki ga prikazuje slika 7.



*Slika 7: Primerjava odzivov modela in pilotne naprave, ko sta vzbujana oba motorja nesinhrono in je škripec pritrjen*

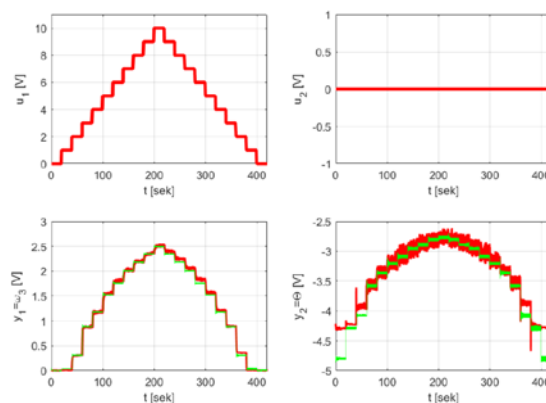
Z doseženim ujemanjem odzivov modela in pilotne naprave smo bili zadovoljni in smo zato z delom nadaljevali.

#### 4.2 Primerjava pilotne naprave in modelov pri multivariabilnem delovanju

Predstavljeni rezultati so predstavljali dobro izhodišče za modeliranje obnašanja pri sproščeni ročici škripca. Kot je razvidno iz slike

3, ima škripec določeno maso, pritrjen je na nihajno roko, ki jo podpira ročno nastavljiva vzmet, sam odmik nihajne roke v pozitivno ali negativno smer pa nakazuje napetost traku.

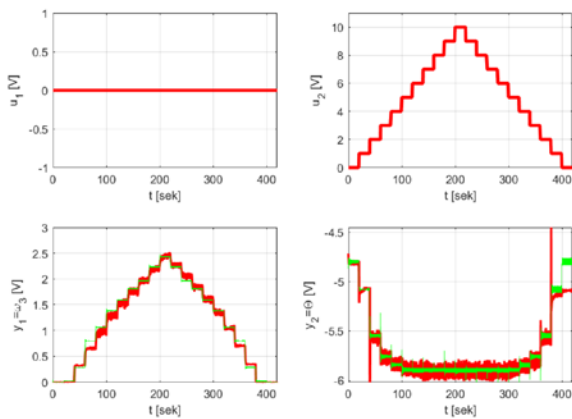
Naslednji poskusi so se vrstili v enakem vrstnem redu kot pri univariabilnem delovanju. Najprej smo vzbujali samo levi motor in opazovali odziva kotne hitrosti in odmika nihajne ročice, kar prikazuje tudi slika 8.



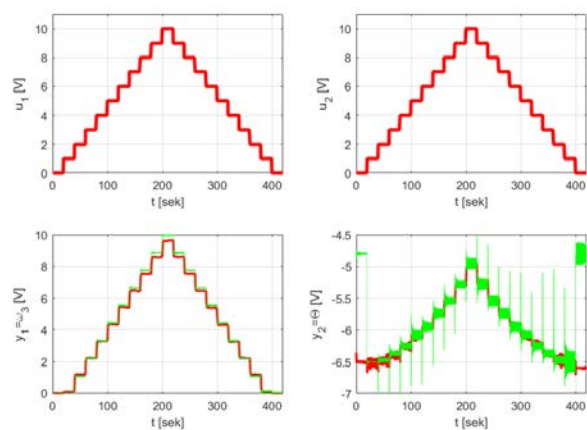
*Slika 8: Primerjava odzivov modela in pilotne naprave, ko je vzbujan levi motor in škripec prosto niha*

Na sliki 8 vidimo precej dobro ujemanje odziva najinega modela in pilotne naprave. Odziv modela je prikazan z zeleno krivuljo in pri primerjavi kotnih hitrosti skoraj popolnoma prekrije odziv realne naprave, pri primerjavi odmika nihajne ročice, kar prikazuje spodnji desni graf, pa se pojavi dostopanje na samem začetku, ko je motor vzbujan z 0V. V tem primeru igra odločilno vlogo vzbujanje naprave pred zgoraj omenjenim poskusom, saj se na podlagi prejšnjih poskusov nihajna ročica postavi v nek začetni položaj, katerega pa ni mogoče točno predvideti. Na začetku torej dobimo odstopanje zaradi same pozicije sensorja v kateri ostane škripec zaradi prejšnjega poskusa, torej se ne vrne v izhodiščno lego.

Sledil je poskus z vzbujanjem le desnega motorja. Ponovno smo opazovali odziv kotne hitrosti in odmika nihajne ročice, kar prikazuje slika 9. Odziv realne naprave je prikazan z rdečo krivuljo, odziv modela pa z zeleno.



Slika 9: Primerjava odzivov modela (zeleno) in pilotne naprave, ko je vzbujan le desni motor in škripec prosto niha



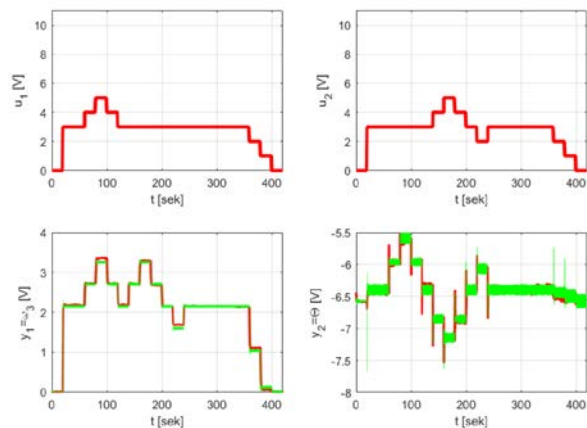
Slika 10: Primerjava odzivov modela (zeleno) in pilotne naprave, ko vzbujamo oba motorja in škripec prosto niha

Ponovno vidimo precej dobro ujemanje odziva modela in naprave, opazi pa se tudi razlika v odklonu nihajne ročice. Če vzbujamo le desni motor, se ročica odkloni navzdol, kar pa je ravno obratno kot pri prejšnjem poskusu, ko vzbujamo le levi motor. Slednje si lahko predstavljamo tudi tako, da ko vzbujamo samo desni motor in je levi v mirovanju, se bo trak med škripcem in desnim motorjem napel, posledično se bo škripec odklonil navzdol. Obratno velja za primer, ko vzbujamo le levi motor.

V nadaljevanju smo oba motorja vzbujali sinhrono, kar prikazuje slika 10.

Pri odmiku nihajne ročice se ponovno pojavi napaka takoj na začetku, nato pa odziv modela precej dobro sledi odzivu pilotne naprave. Pri kotni hitrosti pa vidimo dobro ujemanje modela in naprave do polovice maksimalne vzbujalne napetosti, pri večji napetosti pa se začne tudi napaka večati.

Sledil je še zadnji poskus, ki ga prikazuje slika 11, ko smo oba motorja vzbujali nesinhrono.



Slika 11: Primerjava odzivov modela (zeleno) in pilotne naprave, ko vzbujamo oba motorja nesinhrono in škripec prosto niha

Ponovno je razvidno precej dobro prekrivanje kotne hitrosti odziva modela in pilotne naprave, pri odmiku nihajne ročice pa se odziva skoraj popolnoma prekrivata, kar nakazuje na zelo dobro delovanje razvitega modela na celotnem delovnem območju.

### 4.3 Linearizacija nelinearnega modela

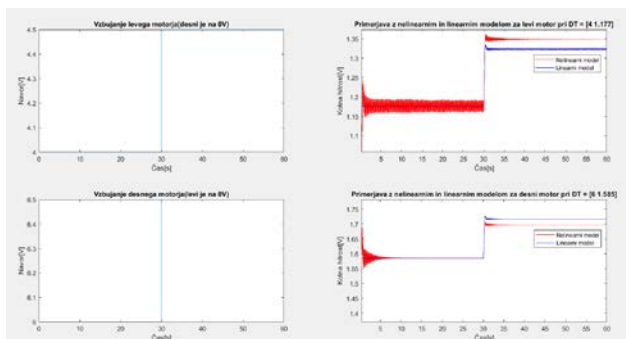
Po uspešno načrtanem nelinearnem modelu smo preverili še možnost linearizacije, ki razširja analizo in načrtovanje vodenja še na linearne tehnike. Delo smo razdelili na več podsklopov. Najprej smo linearizirali model, ko

uporabljamo samo enega od motorjev, torej, ko vzbujamo samo desni motor in je levi brez vzbujanja in obratno. Sledila pa je še linearizacija nelinearnega modela, ko vzbujamo oba motorja hkrati.

### 4.3.1 Linearizacija posameznih motorjev

Najprej smo s pomočjo nelinearnega modela določili statično karakteristiko za levi in desni motor.

Sledil je izbor delovnih točk, ki smo jih izbrali v območju, kjer je statična karakteristika najdlje linearna. Za levi motor smo izbrali delovno točko  $U_{DTl} = 4$  V,  $Y_{DTl} = 1,177$  V, za desni motor pa  $U_{DTd} = 6$  V,  $Y_{DTd} = 1,585$  V. Linearizacijo smo realizirali s pomočjo Matlabove funkcije *linmod*, ki izračuna model v prostoru stanj. Kot vidimo na sliki 12, se modra trajektorija, ki predstavlja odziv linearnega modela, lepo ujema z rdečo, ki predstavlja odziv nelinearnega modela.



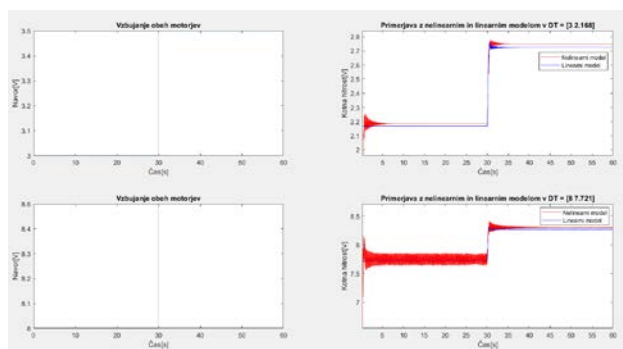
Slika 12: Primerjava lineariziranega (modro) in nelinearnega modela pri vzbujanju posameznih motorjev

Sledil je še poskus, ko smo na vhodu linearnega in nelinearnega modela realizirali zaporedje stopnic in na sliki 13 vidimo, da se linearni model dobro prilega nelinearnemu samo v delovni točki in majhni okolici okrog te točke, kar je tudi pričakovana ugotovitev.

Slika 13: Primerjava lineariziranega (modro) in nelinearnega modela pri stopničastem vzbujanju obeh motorjev

### 4.3.2 Linearizacija sinhrono vzbujanih motorjev

Linearizacijo sistema, ko vzbujamo oba motorja hkrati smo opravili na podoben način kot pri posamezno vzbujanih motorjih. Najprej smo izrisali statično karakteristiko in iz nje določila dve delovni točki in sicer za levi motor  $U_{DTl} = 3$  V,  $Y_{DTl} = 2,168$  V, za desni motor pa  $U_{DTd} = 8$  V,  $Y_{DTd} = 7,721$  V. Iz odzivov na sliki 14 vidimo, da se modra krivulja, ki predstavlja linearni model, lepo prekriva z nelinearnim modelom, ki je predstavljen z rdečo krivuljo.



Slika 14: Primerjava lineariziranega (modro) in nelinearnega modela pri sinhrono vzbujanih motorjih

Nadalje smo naredili še poskus z vlakom stopnic na vhodu, da bi ovrednotili delovanje linearnega modela v delovni točki in v bližnji okolici, a ker je že prvotno nelinearni model imel konstantne skoke pri vzbujanju z vlakom stopnic, smo dobili dobro ujemanje z linearnim

modelom po celotnem območju, kar prikazujejo tudi odzivi na sliki 15.

Podrobnejšega opisa lineariziranih modelov osmega reda zaradi omejenega prostora nismo natančneje predstavili.

*Slika 15: Primerjava lineariziranega (modro) in nelinearnega modela pri stopničastem vzbujanju obeh motorjev*

#### 4.4 Analiza linearnih modelov

Modele smo pretvorili iz zapisa v prostoru stanj v prenosno funkcijo, oz. v matriko prenosnih funkcij in nato izračunali pole ter preverili stabilnost, spoznavnost in vodljivost sistema. Poli sistema ležijo v negativni s-polravnini, tako so vsi opazovani linearni sistemi stabilni. Vsi linearni modeli so bili tudi vodljivi in spoznavni.

### 5 Zaključki

V delu smo predstavili hibridno modeliranje sistema za navijanje. Prvi del vključuje razvoj nelinearnega modela, sledi pa linearizacija, saj so linearizirane oblike modelov pogosto v rabi pri podrobnejši analizi, kot tudi pri načrtovanju vodenja, ali pa vsaj v zgodnejših fazah načrtovanja, medtem ko je za končno vrednotenje pogosta uporaba nelinearnih modelov, ki so praviloma zanesljivejši opis v širšem območju delovanja sistema. Poudariti je potrebno, da razviti modeli dobro opisujejo tako

univariabilno kot multivariabilno delovanje opazovanega sistema.

Čeprav smo pri vrednotenju modelov uporabljali različne signale vzbujanja, bi v nadaljevanju vsekakor kazalo razvite modele preizkusiti tudi pri različnih zaprtozračnih oblikah delovanja in po potrebi modele še nadalje dopolniti.

### 6 Literatura

- [1] M. Atanasijević-Kunc, Metode modeliranja, Študijsko gradivo, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, 2020.
- [2] M. Atanasijević-Kunc, R. Karba, B. Zupančič, Modeliranje in simulacija. Založba Fakultete za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, 2016.
- [3] R. Karba, Modeliranje procesov, Založba FE in FRI, 1999.
- [4] M. Atanasijević-Kunc, Modeliranje procesov: zbirka primerov z ilustracijami v okolju Matlab-Simulink, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, 2008.
- [5] Priročnik pilotne naprave TQ-CE108 proizvajalca TecQuipment Ltd., 2020.