

Modeliranje in simulacija sistema za navijanje

Aljaž Blažič

Mentor: doc. dr. Gorazd Karer

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko

Tržaška cesta 25, 1000 Ljubljana

aljaz96@gmail.com, gorazd.karer@fe.uni-lj.si

Modelling and simulation of a coupled drives system

For control design of dynamic system the development of corresponding mathematical model is essential. In this article we presented mathematical modelling of a multivariable laboratory device – a coupled drives system with two input and two output signals. Modelling was realized in several steps using a combination of theoretical and experimental modelling approach. The structure of the nonlinear model was determined by theoretical modeling, whereas model parameters were obtained by optimization. The nonlinear model was evaluated in an open-loop and in a closed-loop configuration. From the nonlinear model, we derived a linear model for the chosen operating point. The linear model was evaluated in an open-loop configuration in the vicinity of an operating point. In addition, we analyzed the properties of the linear model.

Kratek pregled prispevka

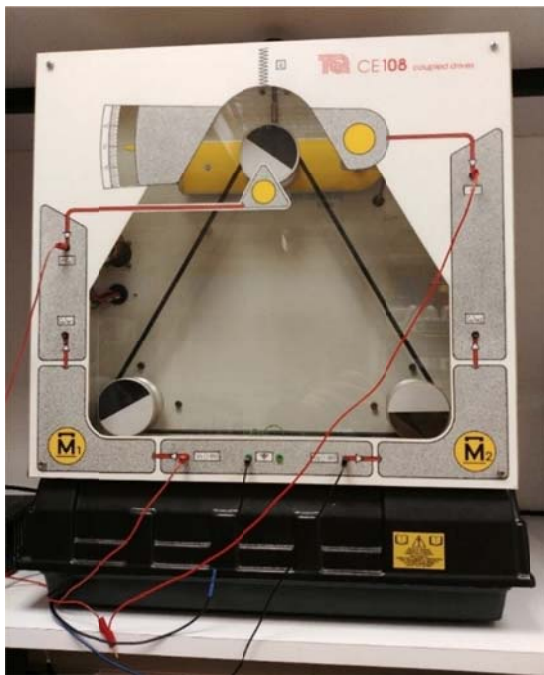
Za načrtovanje vodenja dinamičnih sistemov je razvoj matematičnega modela sistema bistvenega pomena. V članku smo predstavili matematično modeliranje multivariabilne laboratorijske naprave – sistema za navijanje z dvema vhodnima in dvema izhodnima signaloma. Modeliranje smo realizirali v več korakih ob uporabi kombinacije teoretičnega in eksperimentalnega modeliranja. S pomočjo teoretičnega modeliranja smo najprej definirali nelinearno strukturo, njene parametre pa smo določili z uporabo optimizacije. Nelinearni model smo ovrednotili pri odprtozančnem in pri zaprtozančnem delovanju. Iz nelinearnega modela smo nato skonstruirali še linearni model v izbrani delovni točki. Linearni model smo ovrednotili pri odprtozančnem delovanju v okolici delovne točke ter analizirali njegove lastnosti.

1 Uvod

V procesni industriji (tekstilna, papirna, elektro ...) pogosto srečujemo naprave, ki navijajo razne materiale. Načrtovanje vodenja takšnih dinamičnih sistemov zahteva poznavanje lastnosti obravnavanih sistemov in oceno dosegljivih ciljev načrtovanja vodenja. V primeru načrtovanja pogosto gradimo matematične modele, saj tako pridobimo pomembne informacije o delovanju sistema in njegovih lastnostih. Poznamo različne pristope k modeliranju. Najpogosteje jih delimo na teoretično in eksperimentalno modeliranje ter kombinacijo obeh pristopov [1-3]. V pričujočem delu smo poskušali na slednji način razviti model obravnavanega sistema.

2 Predstavitev sistema

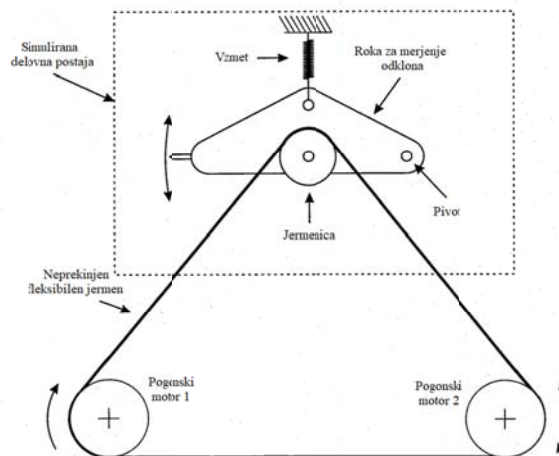
Fizični model procesa navijanja je pilotna naprava, kot je prikazano na sliki 1.



Slika 1: Obravnavana pilotna naprava -sistem za navijanje.

To je naprava, ki vsebuje tri jermenice, ki so povezane z elastičnim trakom. Spodnja dva dela poganjata dva enaka elektromotorja. Zgornja jermenica je nameščena na posebno ročico, ki je nameščena na ohišje sistema za navijanje. Med

ročico in ohišjem je nameščena še vzmet. Shematično je naprava ilustrirana tudi na sliki 2.



Slika 2: Shematski prikaz naprave.

Na sistem za navijanje lahko gledamo kot na multivariabilni sistem z dvema vhodoma in dvema izhodoma. Dva vhoda U_1 in U_2 predstavljata napetost, ki jo pripeljemo na prvi oziroma drugi motor. Napetost vzbujanja je proporcionalna navoru, ki ga motor proizvede. Izhoda Y_1 in Y_2 predstavljata kotno hitrost zgorjnj jermenice in odklon ročice v voltih [4].

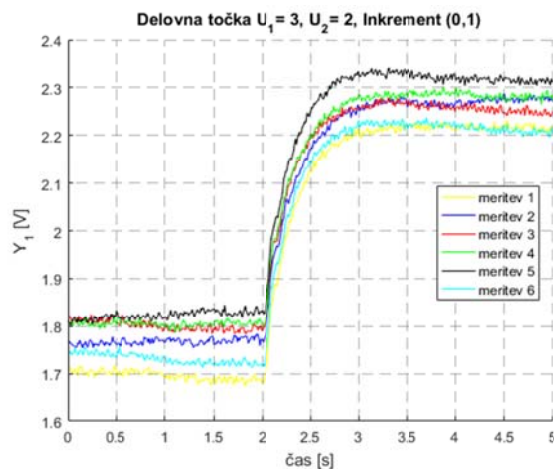
3 Prva faza eksperimentov

Prvo fazo eksperimentov multivariabilnega sistema smo načrtali ob upoštevanju, da se pri takšnem delovanju vhodna signala ne smeta močno razlikovati, saj bi to lahko povzročilo poškodbo – natrganje traku. Zato smo izhodiščne eksperimente načrtali za 36 različnih delovnih točk, kjer sta vhodna signala zavzemala vrednosti med 0 in 10 V. Spremembe signalov iz delovne točke pa so znašale za prvi in drugi signal le 1 V.

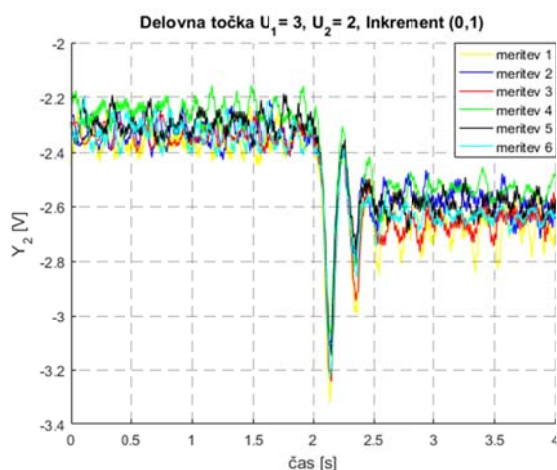
Sliki 3 in 4 ilustrirata en takšen eksperiment, ki smo ga šestkrat ponovili. Delovna točka je bila v tem primeru definirana z vrednostma vhodnih signalov: $\bar{u}_1 = 3$ V in $\bar{u}_2 = 2$ V. Po ustalitvi obeh signalov (to je pri $t = 2$ s) pa smo na drugem vhodu realizirali stopnico z amplitudo 1 V.

Vidimo, da je delovanje odprtozančnega sistema podvrženo motnjam ter da se rezultati poskusov nekoliko razlikujejo. Za vse omenjene poskuse smo izračunali povprečne odzive in jih

uprabili pri določitvi parametrov sistema, kot je opisano v naslednjem razdelku.



Slika 3: Odziv kotne hitrosti v delovni točki.



Slika 4: Odziv odklona ročice v delovni točki.

4 Modeliranje in analiza nelinearnega modela

4.1 Modeliranje nelinearnega modela

Prvi del nelinearnega modela sistema za navijanje predstavlja spreminjanje kotne hitrosti zgornje jermenice v odvisnosti od vzbujanja obeh motorjev:

$$\frac{d^2 y_{1m}}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dy_{1m}}{dt} + \omega_n^2 y_{1m} = K_1 \omega_n^2 (U_1 + U_2), \quad (1)$$

kjer označuje $y_{1m}(t)$ kotno hitrost modela. Strukturo predpostavljenega modela smo določili s pomočjo teoretičnega modeliranja, parametre K_1 , ζ in ω_n pa s pomočjo optimizacije, kot je opisano v nadaljevanju.

Drugi del nelinearnega modela predstavlja spreminjanje odklona ročice sistema v odvisnosti od vzbujanja obeh motorjev:

$$y_{2m} = y_{offset_m} + y_{21m}(t - 4t_d) + y_{22m}(t - 8t_d), \quad (2)$$

$$T \frac{dy_{21m}}{dt} + y_{21m} = K_{21}(U_1 + U_2), \quad (3)$$

$$\frac{d^2 y_{22m}}{dt^2} + 2\zeta_2 \omega_{n2} \frac{dy_{22m}}{dt} + \omega_{n2}^2 y_{22m} = K_{22} \omega_{n2}^2 \frac{d(U_1 - U_2)}{dt}, \quad (4)$$

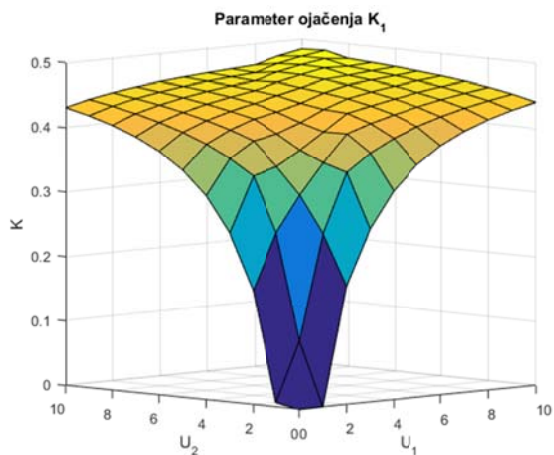
kjer je $y_{2m}(t)$ odklon ročice sistema. V enačbi (2) predstavlja spremenljivka y_{offset_m} vrednost začetnega odklona, ki znaša $-2,95$ V. Spremenljivka y_{21m} je rešitev diferencialne enačbe (3), y_{22m} pa diferencialne enačbe (4). Vrednosti parametrov K_{21} , K_{22} , T , ζ_2 in ω_{n2} smo določili s pomočjo optimizacije, kot je opisano v nadaljevanju. Časovna zakasnitev t_d znaša $0,01$ sekunde.

4.2 Optimizacija nelinearnih modelov

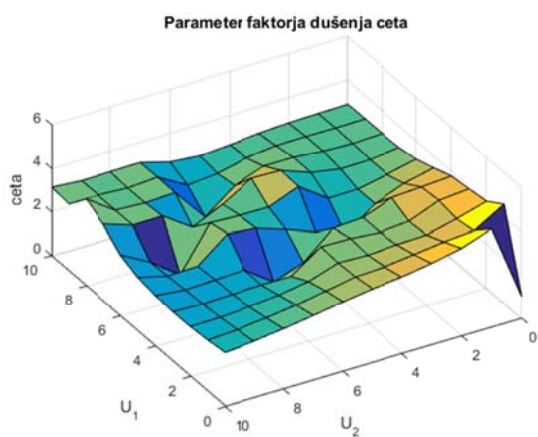
Za iskanje parametrov modelov smo uporabili optimizacijsko metodo, ki je v Matlabu implementirana pod imenom *'fminsearch'*. V vsaki delovni točki smo skušali odzivu realnega sistema na enotsko stopnico čim bolj približati odziv modela. Za kriterijsko funkcijo, oziroma cenilko smo izbrali integral kvadrata razlike odziva realnega in simuliranega modela [1].

4.2.1 Izgradnja vpoglednih tabel parametrov prvega dela nelinearnega modela

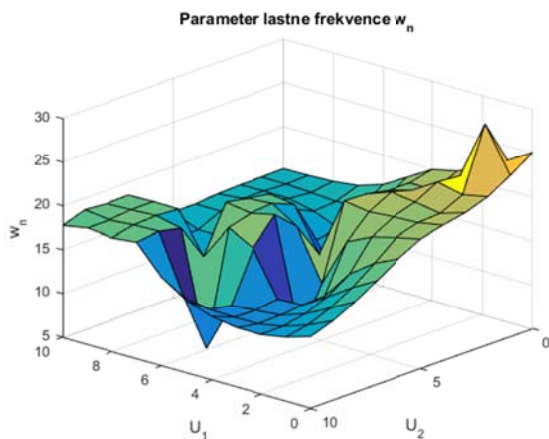
Po končani optimizaciji prvega nelinearnega modela imamo za vsako delovno točko dva nabora optimalnih parametrov K_1 , ζ in ω_n . Iz optimalnih parametrov sestavimo tri dvodimenzionalne vpogledne tabele parametrov modela. Grafi na slikah 5, 6 in 7 prikazujejo končno stanje dvodimenzionalnih vpoglednih tabel parametrov K_1 , ζ in ω_n .



Slika 5: Parametri ojačenja K_1 .



Slika 6: Parametri faktorja dušenja ζ .



Slika 7: Parametri lastne frekvence ω_n .

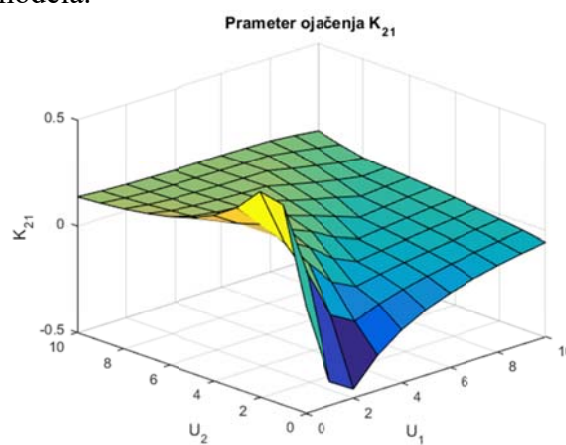
4.2.2 Izgradnja vpoglednih tabel parametrov drugega dela nelinearnega modela

Pri drugem delu nelinearnega modela smo najprej optimizirali parametra diferencialne enačbe (3), ki sta K_{21} in T . Iz enačbe (2) smo izpustili člen y_{22m} in t_d postavili na nič. Iz

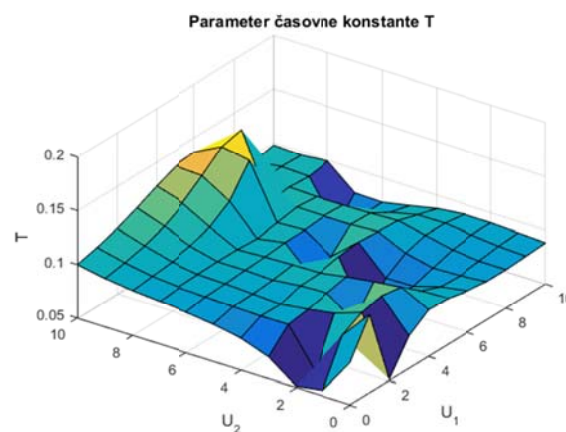
optimalnih parametrov sestavimo dve dvodimenzionalni vpogledni tabeli parametrov modela.

Grafa na slikah 8 in 9 prikazujeta končno stanje dvodimenzionalnih vpoglednih tabel K_{21} in T .

Nadaljujemo z optimizacijo parametrov diferencialne enačbe (4), ki so K_{22} , ζ_2 in ω_{n2} . Tokrat iz enačbe (2) ne izpustimo nobenega člena in upoštevamo že odločena parametra K_{21} in T . Iz optimalnih parametrov sestavimo tri dvodimenzionalne vpogledne tabele parametrov modela.

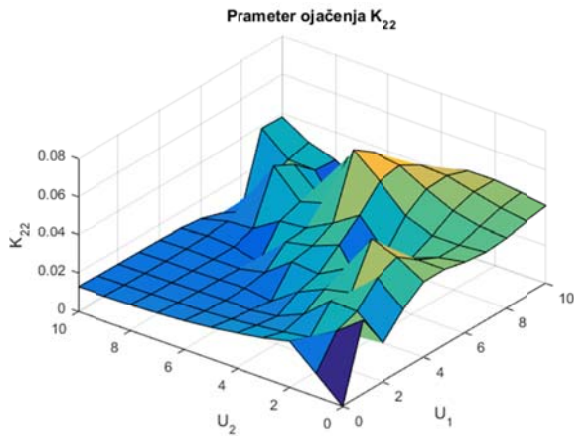


Slika 8: Parametri ojačenja K_{21} .

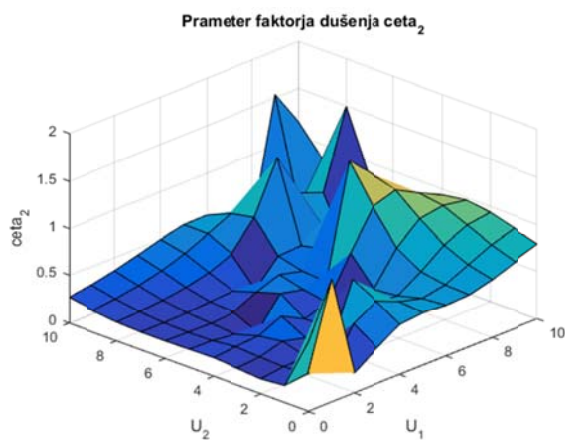


Slika 9: Parametri časovne konstante T .

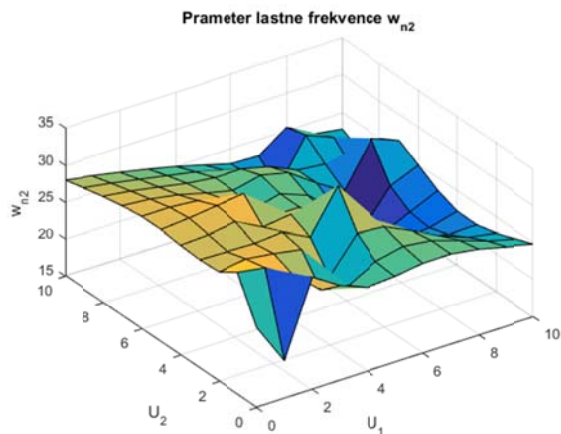
Grafi na slikah 10, 11 in 12 prikazujejo končno stanje dvodimenzionalnih vpoglednih tabel parametrov K_{22} , ζ_2 in ω_{n2} .



Slika 10: Parametri ojačenja K_{22} .



Slika 11: Parametri faktorja dušenja ζ_2 .

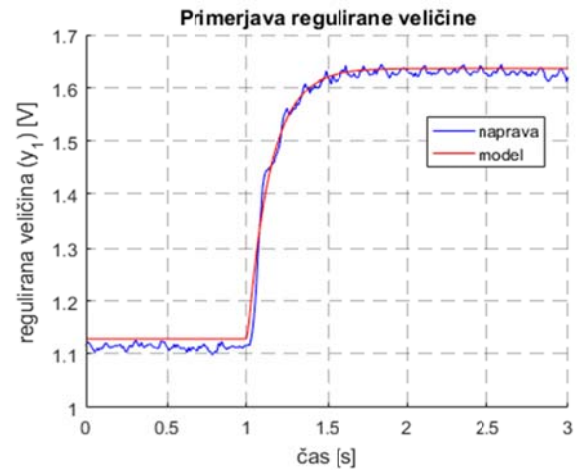


Slika 12: Parametri lastne frekvence ω_{n2} .

5 Vrednotenje nelinearnega modela

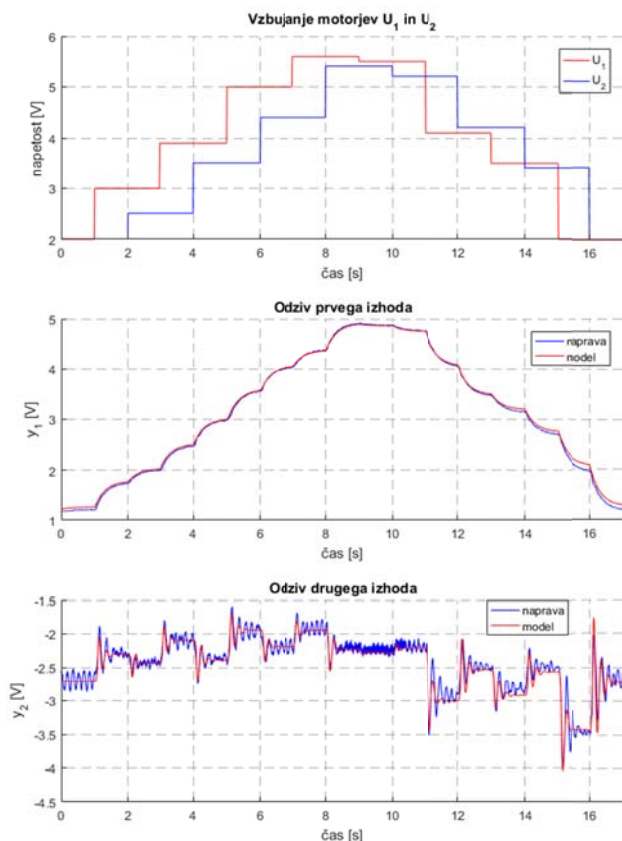
Vrednotenje načrtanega modela smo realizirali tako pri zaprtozanknem, kot pri odprtozanknem delovanju. V zaprti zanki smo uporabili proporcionalni regulator z

ojačenjem ena. Regulirali smo le prvi izhod sistema, vhoda pa smo zvezali skupaj ($U_1 = U_2$).



Slika 13: Primerjava regulirane veličine naprave in modela v zaprti zanki.

Slika 13 prikazuje spreminjanje reguliranega signala realnega in simuliranega modela ob stopničasti spremembi reference. Primerjavo odzivov odprtozanknega delovanja ilustrira slika 14, kjer primerjamo odzive realne naprave in nelinearnega modela na serijo stopničastega vzbujanja.



Slika 14: Primerjava odzivov nelinearnega modela in naprave pri vzbujanju, kot je prikazano na zgornjem grafu.

6 Linearizacija in analiza modela

6.1 Linearizacija okoli delovne točke

Linearizacijo nelinearnega modela (1) in (2) smo izvedli v delovni točki $\bar{u}_1 = 4$ V in $\bar{u}_2 = 5$ V z Matlab-ovo funkcijo 'linmod'.

Linearni model sistema v izbrani delovni točki lahko predstavimo z matriko prenosnih funkcij v naslednji obliki:

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (5)$$

kjer so:

$$g_{11}(s) = k_{11} \frac{1}{(s+p_1)(s+p_2)} \quad (6)$$

$$g_{12}(s) = k_{12} \frac{1}{(s+p_1)(s+p_2)} \quad (7)$$

$$g_{21}(s) = k_{21} \frac{(s+n_1)(s+n_2)}{(s+p_3)(s+p_4)(s+p_5)} \quad (8)$$

$$g_{22}(s) = k_{22} \frac{(s+n_3)(s+n_4)}{(s+p_3)(s+p_4)(s+p_5)} \quad (9)$$

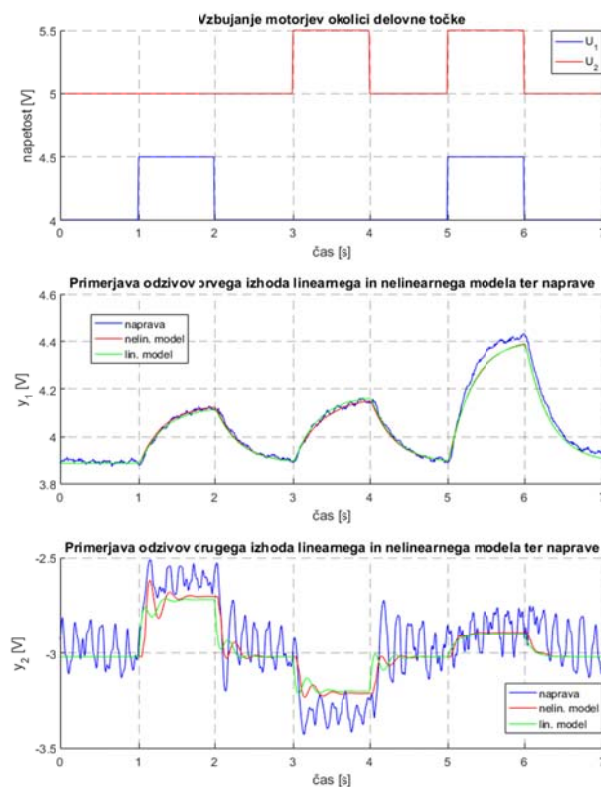
Parametre linearnega modela prikazuje tabela 1.

Tabela 1: Parametri linearnega modela

$k_{11} = 80,7$	$k_{12} = 97,4$
$k_{21} = 14,4$	$k_{22} = -11,9$
$p_1 = 3,3$	$n_1 = -6,05 + 14,8i$
$p_2 = 51,9$	$n_2 = -6,05 - 14,8i$
$p_3 = 10,1$	$n_3 = -5,8 + 12,3i$
$p_4 = -7,39 + 23,3i$	$n_4 = -5,8 - 12,3i$
$p_5 = -7,39 - 23,3i$	

6.2 Vrednotenje linearnega modela

Uspešnost načrtovanja linearnega modela smo vrednotili s primerjavo odzivov tega modela z nelinearnim in z odzivi realnega sistema, kot je ilustrirano na sliki 15.



Slika 15: Primerjava odzivov linearnega in nelinearnega modela ter naprave.

6.3 Lastnosti linearnega sistema

Iz predstavljene matrike prenosnih funkcij lahko ugotovimo, da je sistem stabilen (poli ležijo v levi s-polravnini), interaktiven (izven-diagonalna člena matrike prenosnih funkcij sta različna od nič), prenosni ničli sistema [5,6] sta $n_{p1,2} = -5,95 \pm 13,8i$ in matrika enosmernih ojačenj je enaka:

$$K_s = \begin{bmatrix} 0,471 & 0,569 \\ 0,610 & -0,364 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Ugotovimo lahko tudi, da sistem ni diagonalno dominanten, kar pomeni, da moramo biti pri načrtovanju vodenja pozorni na nezanemarljivo velike križne interakcije [5,6].

7 Zaključek

V delu smo predstavili razvoj nelinearnega in linearnega matematičnega modela sistema za navijanje, ki sta primerna za namene načrtovanja vodenja tega multivariabilnega sistema.

Možnost za nadaljevanje dela je bolj poglobljeno vrednotenje nelinearnega, kot tudi linearnega modela v zaprtozančnem delovanju. Poleg tega bi lahko poskusili pridobiti linearni model z nekaterimi analitičnim metodami linearizacije nelinearnega modela v okolici delovne točke.

8 Literatura

- [1] M. Atanasijević-Kunc, R. Karba, B. Zupančič, Modeliranje in simulacija, 1. izd. Založba FE, Univerza v Ljubljani, 2016.
- [2] M. Atanasijević-Kunc, Metode modeliranja: prosojnice predavanj, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, 2019.
- [3] M. Atanasijević-Kunc, Modeliranje procesov: zbirka primerov z ilustracijami v okolju Matlab-Simulink. 2. izd., Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, 2008.
- [4] CE108 Coupled Drives Apparatus Manual, TQ Education and Training Ltd, 2004.
- [5] M. Atanasijević-Kunc, Multivariabilni sistemi: Predstavitev, analiza in načrtovanje skozi primere. 1. izd., Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, 2003
- [6] M. Atanasijević-Kunc, R. Karba, Multivariabilni sistemi. 1. izd., Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, 2010.