

# **Vodenje pilotne klimatske naprave z multivariabilnim prediktivnim funkcijskim regulatorjem**

**Marko Levačič**

**Mentor: red.prof.dr. Igor Škrjanc**

**Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, Tržaška 25, 1000 Ljubljana  
levacic.mark@gmail.com, igor.skrjanc@fe.uni-lj.si**

## ***Control of a pilot HVAC system with multivariable predictive functional controller***

In this paper we present multivariable predictive functional control (MPFC) in control of a pilot HVAC system. This is a known approach which is in our case modified to cope with ramp reference signal. The main advantage of predictive functional control is that multivariable plants with time delay or non-minimal phase can be easily handled. The main constrain is that the plant has to be open-loop stable. The method is tested on pilot HVAC system, where the temperature and humidity of air inside mixture chamber are controlled. Also the stability of the proposed control law is discussed.

## ***Kratek pregled prispevka***

V tem članku predstavljamo multivariabilni prediktivno funkcijski regulator (MPFC) pri vodenju klimatske pilotne naprave. Znane metode iz literature smo v našem primeru modificirali tako, da jo lahko uporabimo tudi v primeru referenčnega signala oblike rampe. Glavna prednost prediktivnega funkcijskega vodnja je, da lahko enostavno vodimo multivaribilne procese z mrtvim časom ali neminimalno fazo. Glavna omejitev pa je, da lahko vodimo samo procese, ki so odprtozančno stabilni. Metoda je preizkušena na klimatski napravi, kjer smo vodili temperaturo in vlažnost zraka znotraj mešalne komore. Delo obravnava tudi stabilnost te metode.

## 1 Uvod

Glavna prednost prediktivnega vodenja v primerjavi s klasičnim vodenjem je, da ne primerjamo samo trenutnega izhoda z referenčno vrednostjo, temveč uporabimo model procesa, s katerim poskušamo določiti minimum kriterijske funkcije. Začetki prediktivnega vodenja segajo v 70. Leta 20 stoletja, kjer najdemo osnovne ideje prediktivnega vodenja pod imeni vodenje na osnovi dinamične matrike (DMC), posplošeno prediktivno vodenje (GPC), modelno algoritmsko vodenje (MAC), prediktivno funkcijsko vodenje (PFC), kvadratno dinamično matrična regulacija (QMDC), sekvenčno odprtozančno optimizacijo (SOLO). Več o teh metodah lahko najdemo v knjigi [8]. Glavna prednost uporabe prediktivnega vodenja je, da je primerno za procese z zahtevnejšo dinamiko, kot so procesi z mrtvim časom in neminimalno fazo.

V industriji je velikokrat potrebno regulirati več veličin hkrati in če imamo pri vseh vhodnih veličinah relacijo, da ena vhodna veličina vpliva izključno samo na eno izhodno veličino, takemu sistemu z angleško kratico pravimo SISO sistem. V takem primeru je vodenje narejeno tako, da vsak tak par jemljemo kot neodvisni proces in ga tako tudi vodimo.

Vendar pa v industriji velikokrat najdemo procese, kjer ena vhodna veličina v procesu ne vpliva samo na eno izhodno veličino, temveč delno tudi na vse ostale. V primeru, ko te relacije niso zanemarljivo majhne, pa je potrebno za zadovoljive rezultate in robustnost sistema vpeljati eno od multivariabilnih načinov vodenja.

V tem delu bomo uporabili multivariabilno prediktivno metodo, ki je predlagana v članku[4] in dodali idejo vodenja z referenco rampe, ki je bila predstavljena v [6] za SISO sistem.

## 2 MPFC

Pri skoraj vseh prediktivnih načinih vodenja je cilj regulacije ta, da poskušamo minimizirati

kriterijsko funkcijo, ki je ponavadi v kvadratni obliki, kot jo vidimo v enačbi 1.

$$J = \sum_{j=0}^H (y_r(k+j|k) - \hat{y}(k+j|k))^2, \quad (1)$$

kjer  $y_r(k+j|k)$  predstavlja referenčno trejektorijo,  $\hat{y}(k+j|k)$  pa predviden signal v prihodnosti. V oklepaju pa vidimo dve spremenljivki, prva predstavlja za kateri čas predvidevamo stanje, druga, pa nam pove kdaj smo naredili to predpostavko. Zaradi tega ker bo druga spremenljivka vedno enaka sedanosti (kar zapišemo s  $k$ ), bomo zapis skrajšali in ga pisali brez nje.

Z matematičnega stališča bi bilo idealno, da bi bila kriterijska funkcija podana za neskončno korakov, kar pa ponavadi ni potrebno, saj se zaradi šuma lahko dosežemo samo določeni natančnosti in zato vzamemo končno število korakov v prihodnost. Temu številu korakov v prihodnosti pravimo horizont ( $H$ ).

Zavedati se moramo, da so vsi naslednji predvideni koraki samo predvidevanje kakšen bo izhod v naslednjih korakih. Zaradi tega je potrebno ob vsakem novem koraku celotni postopek ponoviti, tako da zavržemo vse izračunane korake razen prvega naslednjega

Za prediktivno funkcijsko vodenje (PFC) je značilno, da predpostavimo željeno trejektorijo, po kateri želimo, da se proces približa referenčni vrednosti. Glede na obliko referenčne trejektorije izberemo primeren set bazičnih funkcij. Število vrednosti v prihodnosti, ki jih potrebujemo, so enaka številu bazičnih funkcij, ki smo jih predhodno določili.

V tem delu bomo za izračun regulirnih veličin uporabili prostor stanj, s katerim lahko enostavno zapišemo multivariabilni proces (MIMO). Za določitev modelov smo uporabili sistem diskretnih prenosnih funkcij:

$$\mathbf{y}_p(k) = \mathbf{G}_p * \mathbf{u}(k), \quad (2)$$

kjer je matrika  $\mathbf{G}_p(z)$  enaka:

$$\mathbf{G}_p(z) = \begin{bmatrix} G_{p11}(z) z^{r_{11}} & G_{p12}(z) z^{r_{12}} & \dots & G_{p1m}(z) z^{r_{1m}} \\ G_{p21}(z) z^{r_{21}} & G_{p22}(z) z^{r_{22}} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{p_{m1}}(z) z^{r_{m1}} & & & G_{p_{mm}}(z) z^{r_{mm}} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{u}(k)$  je vektor vhodnih veličin in  $\mathbf{y}_p(k)$  vektor izhodnih veličin,  $z$  je operator zamika  $T_{ij}$  pa nam pove, kakšen je mrtvi čas posamezne prenosne funkcije.  $\mathbf{G}_p(z)$  nam je neznan, vendar pa z indentifikacijo določimo njemu primeren model  $\mathbf{G}_m(z)$ , ki je določen z:

$$\mathbf{y}_m(k) = \mathbf{G}_m * \mathbf{u}(k)$$

$$\mathbf{G}_m(z) = \begin{bmatrix} G_{m11}(z) z^{T_{m11}} & G_{m12}(z) z^{T_{m12}} & \dots & G_{m1m}(z) z^{T_{m1m}} \\ G_{m21}(z) z^{T_{m21}} & G_{m22}(z) z^{T_{m22}} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{mm1}(z) z^{T_{mm1}} & \vdots & \dots & G_{mmm}(z) z^{T_{mmm}} \end{bmatrix},$$

kjer je  $\mathbf{y}_m(k)$  vektor izhodov modela. V članku [Igor] je predlagana rešitev, da uporabimo nezakasnjene model in model pretvorimo v prostor stanj.

$$\mathbf{y}_m^0(k) = \mathbf{C}_m \mathbf{x}_m(k) \quad (4)$$

$$\mathbf{x}_m(k+1) = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m(k) + \mathbf{B}_m \mathbf{u}(k),$$

kjer  $\mathbf{y}_m^0(k)$  predstavlja nezakasnen izhod. Z referenčno trajektorijo, ki jo določimo z referenčnim modelom, podamo željeno obnašanje zaprtozančnega sistema. V delu[4] je uporabljena samo bazična funkcija stopnice, pri naši razširitvi pa bomo uporabili tudi bazično funkcijo rampe in tako razširili možnosti podajanja referenčnega signala tudi na rampo.

Vhodni signal v proces zapišemo kot:

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}_0(k) + \mathbf{u}_1(k), \quad (5)$$

pri čemer je  $\mathbf{u}_0(k+i)$ ,  $i=0\dots H$

$$\mathbf{u}_0(k) = \dots = \mathbf{u}_0(k+i) = \dots = \mathbf{u}_0(k+H)$$

Za vektor vhodov drugega člena  $\mathbf{u}_1(k+i)$ ,  $i=0\dots H$  pa:

$$\mathbf{u}_1(k+i) = i * \mathbf{u}_1 \quad (6)$$

Predikcijo nezakasnjene modela procesa za  $H$  korakov naprej je podana z enčbo:

$$\mathbf{y}_m^0(k+i) = \mathbf{C} \mathbf{A}^i \mathbf{x}(k) + \mathbf{C} \boldsymbol{\theta}_0(i) \mathbf{B} \mathbf{u}_0(k) + \mathbf{C} \boldsymbol{\theta}_1(i) \mathbf{B} \mathbf{u}_1(k) \quad (7)$$

kjer velja, da je:

$$\boldsymbol{\theta}_0(i) = \mathbf{A}^{i-1} + \mathbf{A}^{i-2} + \dots + \mathbf{A} + \mathbf{I}$$

$$\boldsymbol{\theta}_1(i) = (\mathbf{A}^{i-2} + 2\mathbf{A}^{i-3} + \dots + (i-2)\mathbf{A} + (i-1)\mathbf{I}),$$

ki jih lahko poenostavimo v:

$$\boldsymbol{\theta}_0(i) = (\mathbf{I} - \mathbf{A}^i)(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$$

$$\boldsymbol{\theta}_1(i) = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\theta}_0(i))(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$$

Za določitev dveh neznanek potrebujemo dve enačbi in posledično dva horizonta, iz katerih bomo lahko določili vrednosti  $\mathbf{u}_0$  in  $\mathbf{u}_1$ . Za enostavnejši zapis izberemo še dva para novih spremenljivk  $\boldsymbol{\theta}_{01}$ ,  $\boldsymbol{\theta}_{02}$  in  $\boldsymbol{\theta}_{11}$ ,  $\boldsymbol{\theta}_{12}$ , ki so definirane kot:

$$\boldsymbol{\theta}_{01} = \mathbf{C} \boldsymbol{\theta}_0(H_1) \mathbf{B}$$

$$\boldsymbol{\theta}_{02} = \mathbf{C} \boldsymbol{\theta}_0(H_2) \mathbf{B}$$

$$\boldsymbol{\theta}_{11} = \mathbf{C} \boldsymbol{\theta}_1(H_1) \mathbf{B}$$

$$\boldsymbol{\theta}_{12} = \mathbf{C} \boldsymbol{\theta}_1(H_2) \mathbf{B},$$

iz česar lahko sedaj enačbo zapišemo kot:

$$\mathbf{y}_m^0(k+H_1) = \mathbf{C} \mathbf{A}^{H_1} \mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\theta}_{01} \mathbf{u}_0(k) + \boldsymbol{\theta}_{11} \mathbf{u}_1(k)$$

$$\mathbf{y}_m^0(k+H_2) = \mathbf{C} \mathbf{A}^{H_2} \mathbf{x}(k) + \boldsymbol{\theta}_{02} \mathbf{u}_0(k) + \boldsymbol{\theta}_{12} \mathbf{u}_1(k)$$

Inkrement  $\Delta \mathbf{p}_t$  je definiran z enačbo:

$$\Delta \mathbf{p}_t = \mathbf{w}(k+h_t) - \mathbf{w}(k) + \boldsymbol{\varepsilon}(k) - \boldsymbol{\varepsilon}(k+h_t) \quad (8)$$

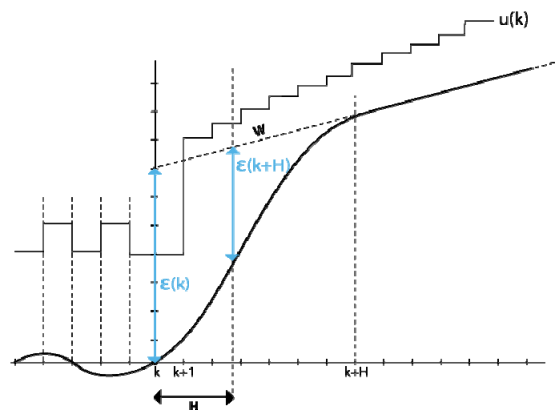
Pri čemer velja, da je

$$\boldsymbol{\varepsilon}(k+H) = \mathbf{A}_r^H \boldsymbol{\varepsilon}(k)$$

in

$$\boldsymbol{\varepsilon}(k) = \mathbf{w}(k) - \mathbf{y}_p^0(k),$$

kar je prikazano tudi na sliki 1.  $\mathbf{w}(k)$  je trenutna vrednost reference,  $\mathbf{w}(k+h_t)$  pa vrednost reference za  $h_t$  korakov v prihodnost.



Slika 1: Vodenje z referenco rampe.

Iz česar lahko sedaj zapišemo enačbo (8) kot:

$$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{w}(k+h_t) - \mathbf{w}(k) + (\mathbf{I} - \mathbf{A}_r^{h_t}) (\mathbf{w}(k) - \mathbf{y}_p^0(k))$$

Enačbo še nekoliko preoblikujemo z vpeljavo definicije za  $w(k+H)$

$$w(k+H) = w_0 + hK \text{ in}$$

iz česar sledi:

$$K = w(k+1) - w(k),$$

kjer je  $K$  vektor naklonov reference.

Iz tega sledi:

$$\Delta p_t = h_t K + (I - A_r^{h_t}) (w(k) - y_p^0(k)) \quad (9)$$

Sedaj pa izpeljemo še enačbo za inkrement  $\Delta m_t$ , ki je definiran kot:

$$\Delta m_t = y_m^0(k+H) - y_m^0(k)$$

Glavna enačba za PFC regulator je, da velja  $\Delta m_t = \Delta p_t$  in iz tega dobimo za prvi horizont enačbo:

$$H1 K + (I - A_r^{H1}) (w(k) - y_p(k) + y_m(k)) + (A_r^{H1} C - CA^{H1}) x(k) = \theta_{01} u_0(k) + \theta_{11} u_1(k) \quad (10)$$

In za drugi horizont enačbo

$$H2 K + (I - A_r^{H2}) (w(k) - y_p(k) + y_m(k)) + (A_r^{H2} C - CA^{H2}) x(k) = \theta_{02} u_0(k) + \theta_{12} u_1(k) \quad (11)$$

Pri referenci rampe pa se, ker smo zanemarili zakasnitve v modelu, pojavi problem s premaknjenim izhodom za zakasnitev primarnega modela, zato smo predlagali vpeljavo novega člena  $(y_m(k) - y_{md}(k))$ , pri čemer je  $y_{md}(k)$  nezakasnjjen model, zakasnjjen za zakasnitev primarnega modela, ki leži na diagonali. Iz tega dobimo:

$$F_1(k) = (I - A_r^{H1}) (w(k) - (y_p(k) - y_m(k)) - (y_m(k) - y_{md}(k))) + (A_r^{H1} C - CA^{H1}) x(k) + H1 K$$

in

$$F_2(k) = (I - A_r^{H2}) (w(k) - (y_p(k) - y_m(k)) - (y_m(k) - y_{md}(k))) + (A_r^{H2} C - CA^{H2}) x(k) + H2 K$$

Z zgornjima spremenljivkama lahko enačbi (10) in (11) zapišemo v enostavnejši obliki:

$$F_1(k) = \theta_{01} u_0(k) + \theta_{11} u_1(k) \quad (12)$$

in

$$F_2(k) = \theta_{02} u_0(k) + \theta_{12} u_1(k) \quad (13)$$

Enačbe (12) in (13) združimo v matrično obliko in dobimo:

$$\begin{bmatrix} F_1(k) \\ F_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{01} & \theta_{11} \\ \theta_{02} & \theta_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0(k) \\ u_1(k) \end{bmatrix}$$

Iz česar sledi

$$U = \Theta^{-1} * F,$$

pri čemer je:

$$U = \begin{bmatrix} u_0(k) \\ u_1(k) \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} F_1(k) \\ F_2(k) \end{bmatrix}$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} \theta_{01} & \theta_{11} \\ \theta_{02} & \theta_{12} \end{bmatrix}$$

Uporabimo samo  $u_0(k)$ ,  $u_1(k)$  pa zavržemo. Iz enačbe (6) je razvidno, da je  $u_1(k) = 0$

### 3 Lastnosti MPFC regulirnega zakona

Enačbo pretvorimo v prostor  $z$  pri čemer je  $i=1$  ali  $2$  in dobimo:

$$\begin{aligned} \theta_{0i} U(z) + \theta_{1i} U_1(z) &= K(z) H_i \\ + (I - A_r^{H_i}) (W(z) - Y_p(z) - Y_m(z) + Y_{md}(z)) &+ C(I - A^{H_i}) (I - A)^{-1} B U(z). \end{aligned} \quad (14)$$

Dokazati se da, da je

$$\begin{aligned} Y_m(z) + Y_{md}(z)|_{z \rightarrow 1} &= 0 \\ U_1(z)|_{z \rightarrow 1} &= 0 \end{aligned}$$

in

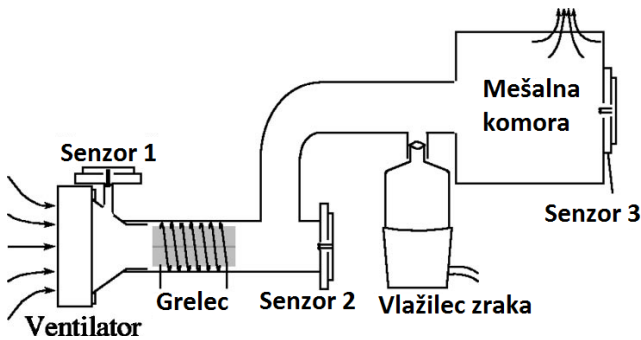
$$K(z)|_{z \rightarrow 1} = 0,$$

iz česar dobimo, da se enačba (14), ko gre  $z \rightarrow 1$ , spremeni v:

$$U(z) = (\theta_{0i} - C(I - A^{H_i})(I - A)^{-1} B)^{-1} * (I - A_r^{H_i}) (W(z) - Y_p(z))$$

Vidimo, da gre prvi del enačbe proti nič, kar pomeni, da ima pol pri 1, s čimer smo podobno kot pri dokazu stopnice v delu [4] dokazali, da regulator integrira napako.

#### 4 Rezultati simulacij in poskusov



Slika 2: Skica pilotske naprave klime.

$$G_m(z) = \begin{bmatrix} \frac{0.004463 z^{-5}}{z - 0.9835} & \frac{-0.0008704 z^{-2}}{z - 0.9753} \\ \frac{-0.001895 z^{-30}}{z - 0.0995} & \frac{0.0005342 z^{-8}}{z - 0.9876} \end{bmatrix}$$

#### Simulacija

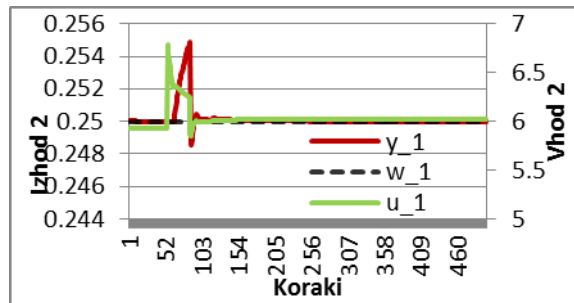
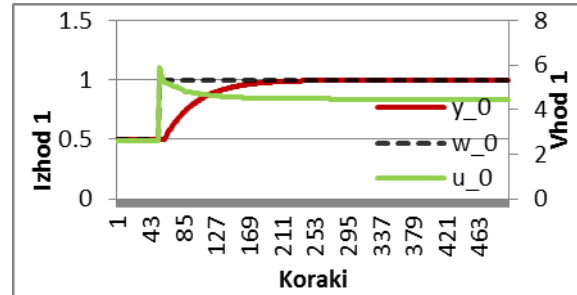
Na sliki 3 vidimo, kako se regulator odzove na spremembo reference stopnice. Zgoraj smo spremenili referenco iz 0.5 na 1, na spodnjem grafu pa vidimo, kakšno motnjo povzročimo s tem na drugem izhodu.

Oglejmo si še kakšne so motnje, ko uporabimo spremembo reference rampe. Zopet smo za prvi izhod spremenili referenco iz 0.5 na 1 z naklonom rampe 0.001. Vidimo, da smo sedaj povzročili dve motnji na drugem izhodu, vendar sta neprimerljivo manjši, kot sta bili pri spremembi reference s stopnico.

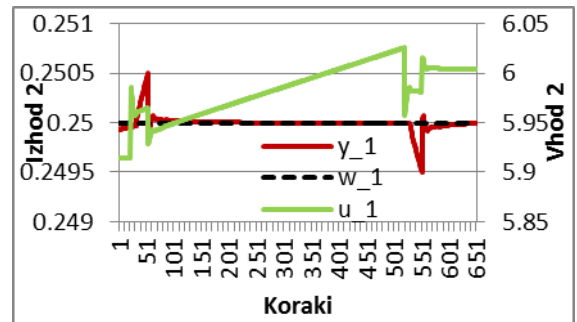
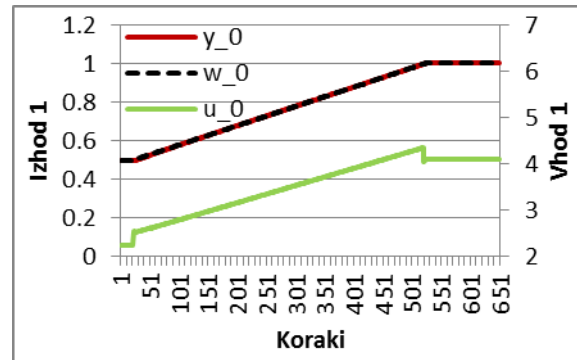
Sedaj poskusa ponovimo, s to razliko, da vanj vključimo Gaussov šum z deviacijo 0.1. Rezultate poskusa vidimo na sliki 5. Ker zaradi zanemarljive majhnosti v nobenem primeru na drugem izhodu ne vidimo posledice prehoda, bomo pokazali zgolj odziv na izhodu, kjer smo naredili spremembo.

#### Proces

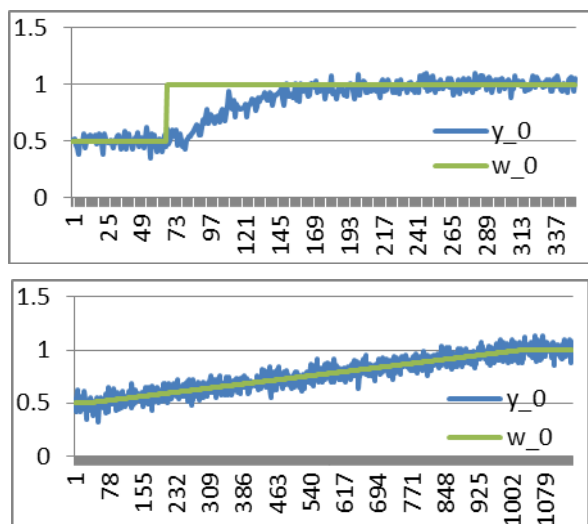
Za klimatsko napravo smo uporabili enake modele, kot so bili uporabljeni za njeno simulacijo. Slika 6 prikazuje vklop najprej prve reference, nato pa še druge reference. Nato pa smo naredili še poskus spremembe reference oblike rampe in na sliki 7 vidimo rezultate tega poskusa.



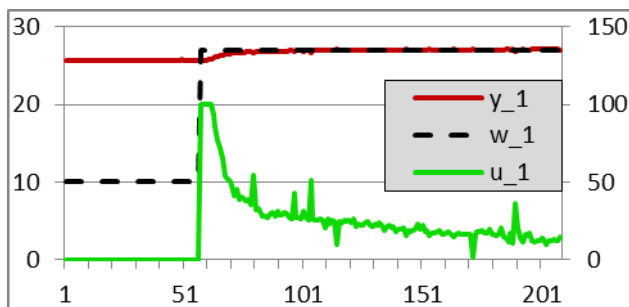
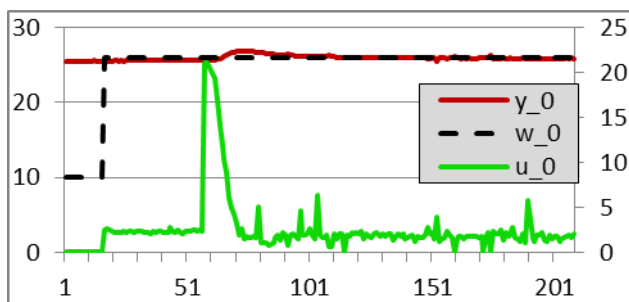
Slika 3: Simulacija spremembe reference s stopnico z 0.5 na 1 (zgoraj) in posledico te spremembe na drugem izhodu (spodaj).



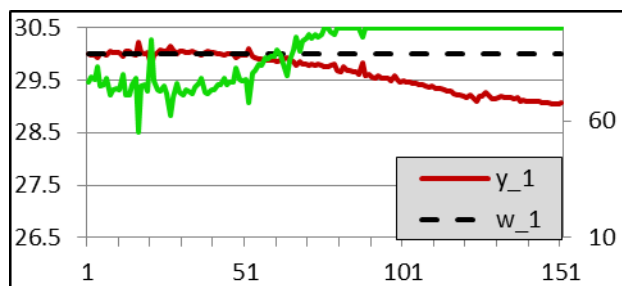
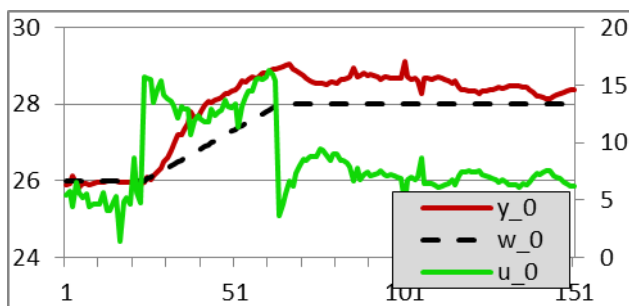
Slika 4: Prikazuje spremembo reference oblike rampe na prvem izhodu z 0.5 na 1 z naklonom 0.001 (zgoraj) in posledico te spremembe na drugem izhodu (spodaj).



Slika 5: Sprememba reference stopnice z 0.5 na 1, z Gausovim šumom deviacije 0.1 (zgoraj) in sprememba reference oblike rampe z 0.5 na 1 z naklonom 0.001, z Gausovim šumom deviacije 0.1 (zgoraj)



Slika 6: Vklp regulatorja najprej za prvi izhod (zgoraj) in nato še drugi izhod (spodaj).



Slika 7: Sprememba reference z referenco oblike rampe na prvem izhodu in posledico te spremembe na drugem izhodu.

## 5 Zaključek

Vidimo, da vodenje z rampo zahteva mnogo boljši model procesa za dobre rezultate, kot ga potrebuje referenca oblike stopnice. To je lepo razvidno iz poskusov na pilotski napravi, ki smo jih naredili.

Razlog za slabše delovanje je v tem, da je sam model za delovanje vlažilca zraka zelo občutljiv na temperaturo v prostoru, kjer izvajamo poskus.

## 6 Literatura

- [1] Edvardo F. Camacho, Carlos Bordons, Model Predictive Control, Springer London 1999.
- [2] Jacquels Richalet, Donal O'Donova, Predictive Functional Control, Principles and Industrial Applications, Springer London 2009.
- [3] Drago Matko, Diskretni regulacijski sistemi, Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo, 1991.
- [4] I. Škrjanc, S. Blažič, S.Oblak, J.Richalet, An approach to predictive control of multivariable time-delayed plant: Stability and design issues, ISA Transactions 43 (2004).
- [5] Aleksander Preglej, Igor Steiner, Sašo Blažič, INEA d.o.o. Slovenija, Strojniški vestnik ' Journal of Mechanical Engineering 59(2013)2,89-96.
- [6] R.Haber PFC for ramp reference signal, PFC tutorial, NPCW Oulu Finland 28.6.2013.
- [7] Katarina Kavšek-Biasizzo, Prediktivno vodenje nelinearnih sistemov, doktorska disertacija, Mentor: prof. dr. Drago Matko V Ljubljani rožnik 1998.
- [8] J.M. Maciejowski, Predictive Control with constraints, Person Education Limited 2002.