

Matematični model sistema za regulacijo ravnovesja

Matjaž Fras, Marjan Hrastnik, Andrej Sarjaš, Nenad Muškinja (mentor)
Univerza v Mariboru

Smetanova 17, 2000 Maribor, Slovenija

Matjaz.Fras1@uni-mb.si, Marjan.Hrastnik@email.si, Andrej.Sarjas@uni-mb.si

The balance Control Work Bench, is a set-up experiment made for educational purposes. The problem is to find an optimal strategy for a reel following a prescribed reference position along a bar mounted on a pivot. From this experiment students should gain insight into modern control theory. In particular the experiment demonstrates how to develop mathematical models and how to use estimators and optimal feedback control. The control strategy suggested in this prototype installation, is based on linear control theory applying feedback from the estimated states of a mathematical model describing the most important dynamics of the system.

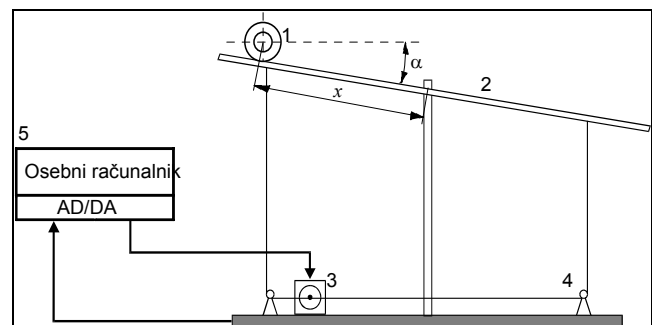
1 Uvod

Sistem za regulacijo ravnovesja je eden izmed standardnih sistemov, ki jih pogosto srečamo v regulacijskih laboratorijih. Sistem se najpogosteje uporablja na dodiplomskem študiju pri predmetih: modeliranje in identifikacije dinamičnih procesov, ter pri nelinearnih regulacijah.

Na osnovi fizikalnih lastnosti je potrebno izdelati matematični model sistema za regulacijo ravnovesja. V prispevku je prikazan Lagrangeov pristop k modeliranju dinamičnih sistemov, kjer je bilo najprej potrebno izdelati opis fizikalnega ozadja sistema, nakar sledi matematično modeliranje sistema. Matematično modeliranje je razdeljeno na tri dele: matematični model valj-letev, matematični model motorja (dinamika motorja) in povezava obeh modelov v skupen matematični model, ki ga na koncu verificiramo s programskim paketom MATLAB-SIMULINK.

2 Opis sistema za regulacijo ravnovesja

Sistem za regulacijo ravnovesja je zgrajen iz valja (1), ki se prosto kotali po letvi (2). Letev je preko nitke (4) povezana z enosmernim motorjem (3). Motor vodimo z enosmerno napetostjo s pomočjo osebnega računalnika z vgrajeno ADDA kartico(5). Na sliki 1 je prikazan celoten sistem za regulacijo ravnovesja.



Slika1: Sistem za regulacijo ravnovesja

3 Modeliranje

S pomočjo LAGRANGE-ovih enačb [2] smo posebej modelirali valjček na letvi, enosmerni motor, nakar smo jih povezali v celoten model. Podali bomo samo končne rezultate modeliranja.

3.1 Matematični model valjček-letev:

V matematičnem modeliranju smo zanemarili trenje valjčka pri kotaljenju in trenje letve pri odklonu.

$$F - F_{tr} = \left(\frac{J_V}{r_V^2} + m_V \right) \ddot{x} + m_V g \sin \alpha \quad (1)$$

$$M - M_{tr} = (J_P + J_T) \ddot{\alpha} + m_V g \cos \alpha \quad (2)$$

pri čemer je:

J_P, J_V, J_T - vztrajnostni momenti palice, valja in težišča valja.

m_v - masa valja
 r_v - polmer valja
 x - pot
 \dot{x} - hitrost
 α - kotni zasuk
 $\dot{\alpha}$ - kotna hitrost

3.2 Matematični model DC-motorja:

V matematičnem modeliranju DC-motorja smo zanemarili trenje osi rotorja pri vrtenju.

$$u_a = L_a \dot{i}_a + R_a i_a + K_e \omega_m \quad (3)$$

$$M_{el} = J_m \dot{\omega} + B_m \omega + M_b \quad (4)$$

Oznake imajo naslednji pomen[1]:

u_a - napetost na sponkah motorja,
 i_a - tok skozi tuljavo motorja,
 R_a - realna upornost tuljave motorja,
 L_a - induktivnost tuljave motorja,
 K_e - indukcijska konstanta motorja,
 K_m - momentna konstanta motorja
 J_m - vztrajnostni moment rotorja
 B_m - konstanta viskozne trenja
 ω - kotna hitrost
 M_{el} - električni moment motorja
 M_b - obremenilni moment motorja
 u_{taho} - napetost taho-generatorja
 K_{taho} - konstanta taho-generatorja

3.3 Matematični model skupnega modela:

V matematičnem modeliranju celotnega modela smo zanemarili elastičnost nitke, trenje pri prenosnih kolescih (slika 1, (4)), zdrsenje nitke na osi motorja. V modelu pa smo tudi uporabili linearizacijo sinusne funkcije.

$$\frac{k_m}{R_a} \left(PU - PL_a \dot{i} - k_e P^2 \frac{3}{2g} x^{(3)} \right) + m_v g \cos \left(\frac{3}{2g} \ddot{x} \right) x = \quad (5)$$

$$= (J_p + J_m P^2) \frac{3}{2g} x^{(4)} + m_v x^2 \frac{3}{2g} x^{(4)} + B_m P^2 \frac{3}{2g} x^{(3)}$$

P- prestavno razmerje (med letvijo in motorjem)

4 Preizkus modela

Sedaj, ko smo opravili matematično modeliranje in z diferencialno enačbo opisali dinamiko sistema, smo se lotili preizkusa. S preizkusom želimo potrditi pravilnost matematičnega modeliranja sistema in ga primerjati z meritvami na realnem sistemu. Rezultate merjen, ki jih bomo dobili iz realnega sistema, in rezultate ki jih bomo dobili iz našega modela simuliranega v Matlab-simulink, seveda ne moremo pričakovati identičnih rezultatov, saj je naš model poenostavljen in bolj podoben idealnemu sistemu (brez trenja....). Kljub temu pa si želimo, da bo sistem imel približno enako obnašanje kot realen sistem, saj le tako lahko potrdimo pravilnost našega modeliranja.

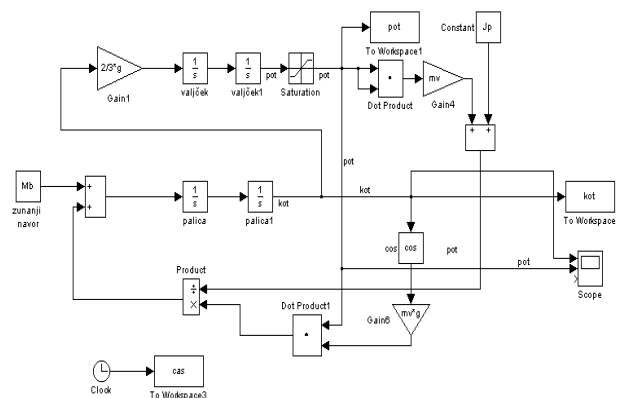
Preizkus je potekal v treh korakih:

- testiranje modela v Matlab-simulinku
- testiranje realnega modela preko XPC-target
- primerjava rezultatov obeh testiranj

4.1 Simulacijska shema valjček-letev

Simulacijsko shemo smo konstruirali s programskim paketom Matlab-Simulink, na podlagi diferencialnih enačb, ki smo jih pred tem izpeljali.

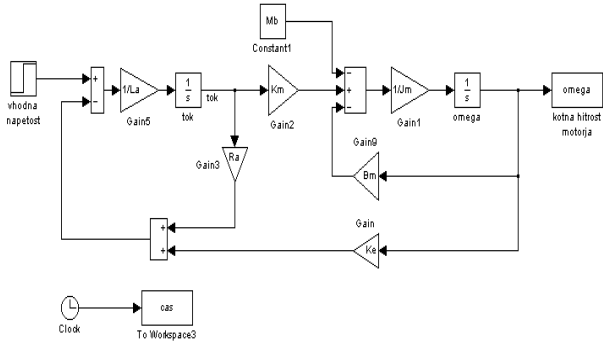
Simulacijsko shemo valjček-letev smo narisali na podlagi enačbe (1) in (2). In sicer tako, da smo iz obeh enačb izpostavili najvišji odvod, ter s pomočjo elementov iz knjižnice Simulinka sestavili simulacijsko blokovno shemo (primer: 1/s = integrator).



Slika2: Simulacijska shema valjček-letev

4.2 Simulacijska shema DC-motor

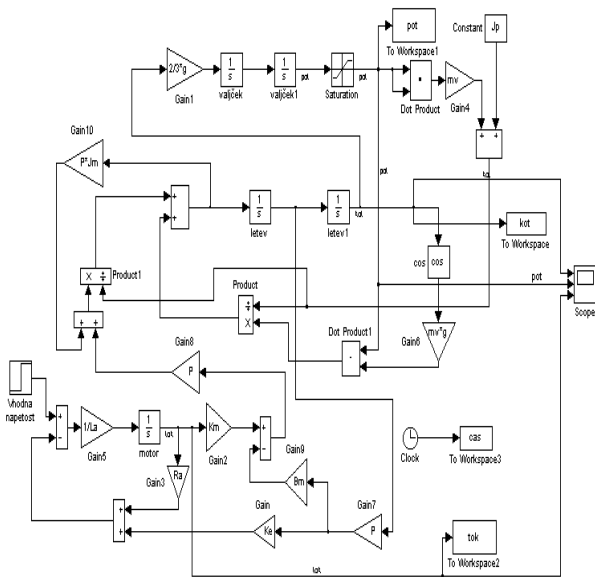
Simulacijsko shemo DC-motorja smo narisali na podlagi enačbe (3) in (4). In sicer tako, da smo iz obeh enačb izpostavili najvišji odvod, ter s pomočjo elementov iz knjižnice Simulinka sestavili simulacijsko blokovno shemo



Slika3: Simulacijska shema DC-motorja

4.3 Skupni model

Celotno simulacijsko shemo matematičnega modela smo izdelali na podlagi enačb (1),(2),(3),(4),(5), ter na podlagi povezovanja že prej izdelanih blokovnih simulacijskih shem valjček-letev (slika2) in DC-motorja (slika3).

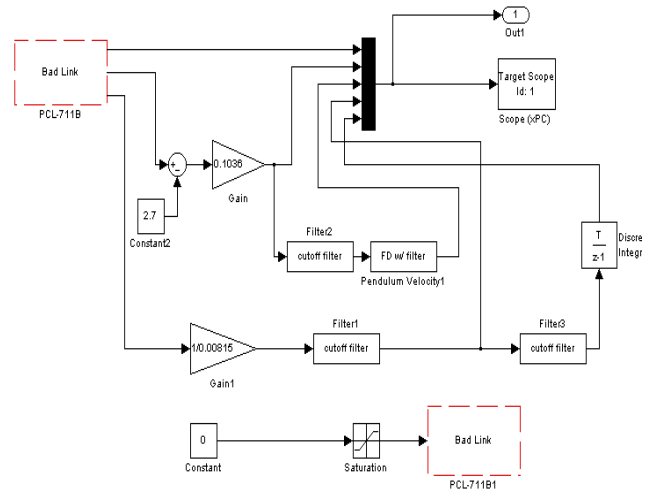


Slika4: Simulacijska shema matematičnega modela za regulacijo ravnovesja

5 Preizkus realnega sistema z xPC- target

V Matlab-Simulinku smo testirali naš model, ki je bil opisan z diferencialnimi enačbami. Rezultate, katere smo dobili izrisane v obliki grafov, ne moremo potrditi njihovo pravilnost in s tem ne pravilnost modeliranja, ker ne poznamo odzive realnega sistema. V tem delu naše naloge smo se lotili merjenje odzivov realnega sistema. Odzive sistema bi lahko merili na več različnih načinov, tudi ročno, tako da bi merili čas gibanja valjčka in odčitali kot pri katerem je valjček dosegel skrajni položaj letve. To bi seveda bilo precej nenatančno ker so časi precej kratki. Zato smo uporabili boljše načine merjenje; s pomočjo Matlab-xPC-target, kateri nam omogoča merjenje v realnem času.

Naslednja sliki (slika5), prikazuje blokovno shemo za merjenje v realnem času s pomočjo xPC-target-a v kateri je zajeta ADDA karta in skalirni faktorji.



Slika5: Merilna shema za merjenje v realnem času Matlab-Simulinku.

Sistem smo testirali tako, da smo postavili začetne pogoje. V našem modelu je možno nastaviti več različnih začetnih pogojev: pospešek valjčka, kotni pospešek, položaja valjčka in kota palice. Smiselno je izbrati takšne začetne pogoje, katere je najlažje natančno določiti tudi na realnem modelu v našem primeru sta to bila položaj valjčka in kot palice.

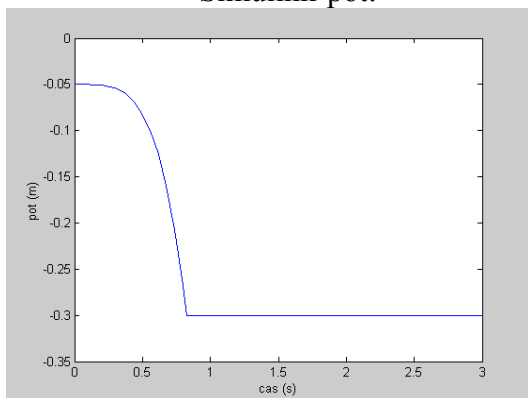
6 Verifikacija

Pri verifikaciji našega sistema smo imeli težave z nestabilnostjo sistema Zaradi tega smo se odločili, da bomo sistem testirali z nastavljanjem začetnih pogojev na realnem sistemu(xPC-target) in matematičnem modelu(Matlab-Simulink), ter jih primerjali.

Primer primerjave rezultatov xPC-target in Matlab-Simulink

Začetni pogoji: (Položaj: $X=5\text{cm}$, Kot: $\alpha=0$)

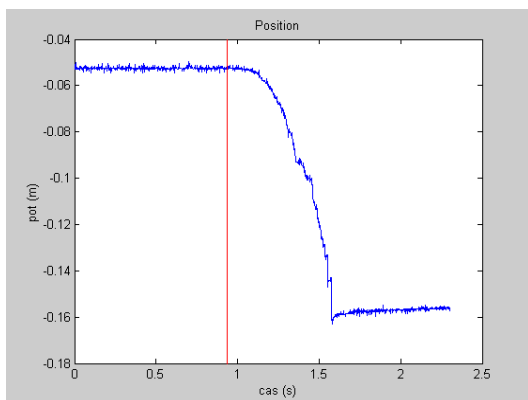
Simulink-pot:



$t=0.801\text{s}$

Slika6: Graf poti iz Matlab-Simulinka

xPC target-pot:



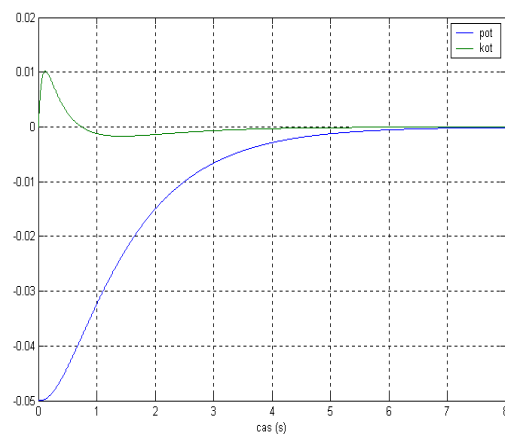
$t=0.756\text{s}$

Slika7: Graf poti izmerjen na realnem sistemu

Pravilnost modeliranja smo potrdili, tudi tako, da smo izračunali regulator stanj (po Ackermanu [3]).

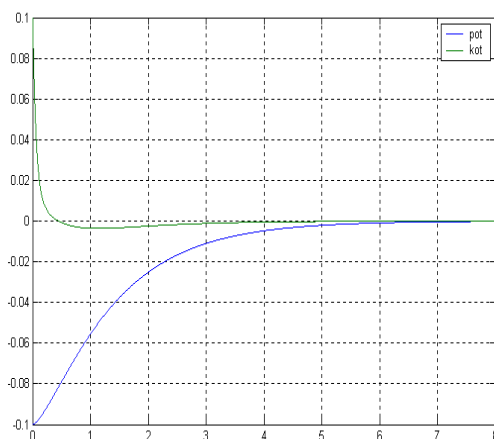
Odziv z regulatorjem (Matlab-Simulink):

(Položaj: $X=-5\text{cm}$, Kot: $\alpha=0$, Želena vrednost=0)



Slika8: Odziv matematičnega modela z regulatorjem

(Položaj : $X=-10\text{cm}$, Kot: $\alpha=5.7^\circ$, željena vred.=0)



Slika9: Odziv matematičnega modela z regulatorjem

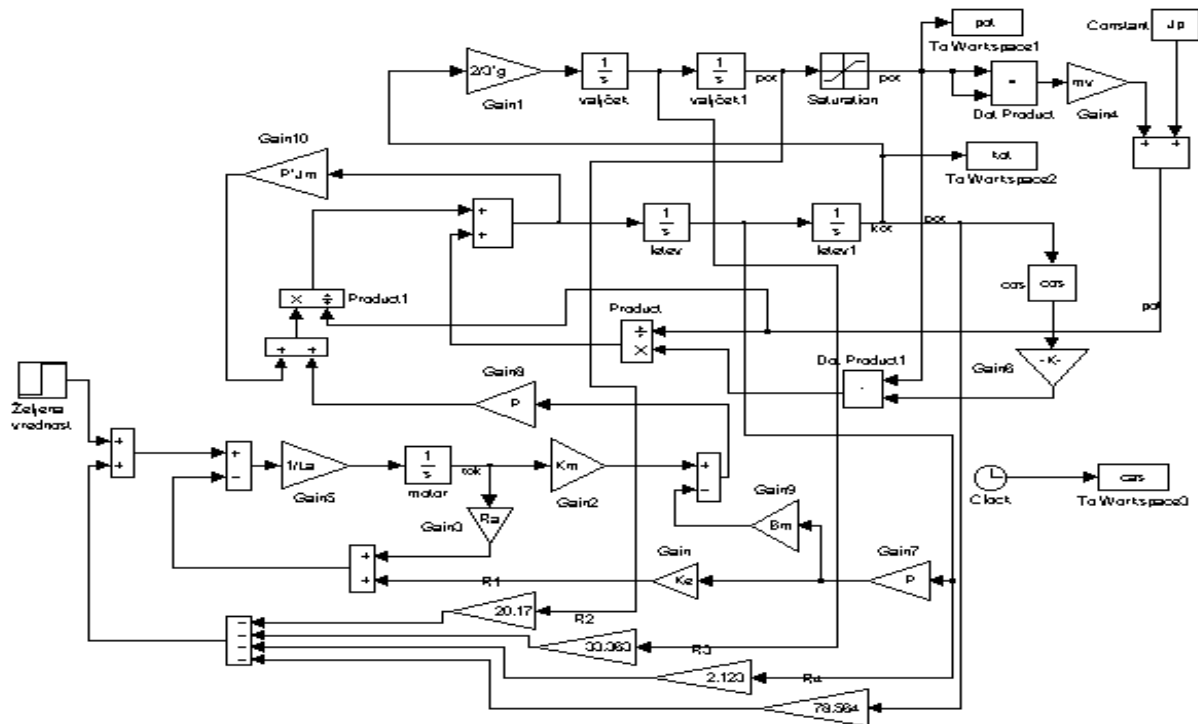
7 Zaključek:

Rezultati naših meritev (rezultati simulacij s pomočjo Matlab-Simulinka in realnimi meritvami opravljenimi s pomočjo xPC target) niso popolnoma identični. Problemi so nastali pri natančnosti nastavljanja začetnih položajev na realnem sistemu (kot, pozicija) in v povezavi motor-letev, saj je napetost vrvice vplivala na vrtenje letve., ki ni bila vpeta točno v težišču. Tudi uporabna plast s katero smo merili položaj valjčka ni bila nanesena po celi letvi, ampak le 28cm od središča vpetja. Kljub temu rezultati kažejo na to, da matematični model ustreza realnemu sistemu.

V prihodnje bomo skušali realizirati regulator stanj, ki bo deloval na realnem sistemu.

8 Literatura

- [1] Bruno Strah- Diplomsko delo 1995 Sistem za regulacijo ravnovesja: Inverzno nihalo
- [2] Rudolf Kladnik- Fizika I in II
- [3] Rajko Svečko- Diskretni regulacijski sistemi



Slika10: Blokovna shema matematičnega modela z regulatorjem