

Avtomatizirano iskanje frekvence elektromagnetnega polja tuljave z ortogonalno korelacijo

Iztok Bratuž
AGB Lab d.o.o.
Liminjanska 96, Portorož, Slovenija
iztok.bratuz@agblab.com

Automated electromagnetic field frequency scanning with orthogonal correlation

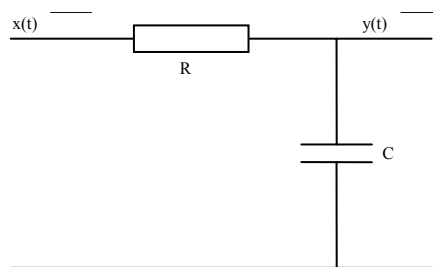
Abstract: This paper is presenting TV audience meter VCR recording detection method which is used in case of time shifted viewing detection. Method for automatic frequency search of erase head in VCR, used for recording detection, is theoretically analyzed and compared to orthogonal correlation. Also convergence analysis is done in case of various disturbances and presentation of practical implementation.

1 Uvod

Pri merjenju gledanosti televizijskega programa naročniki zahtevajo, da se v meritve vključi tudi gledanost s časovnim zamikom. Značilen primer je snemanje televizijskega programa na videorekorderju, medtem ko gledalec gleda drugi program. Kasnejši ogled posnetega programa je tako časovno zamaknjen. V takem primeru mora meter gledanosti zaznati, da je gledalec pričel s snemanjem in to tudi zabeležiti. Zaznavanje snemanja na videorekorderju pa je osnovano na dejstvu, da imajo videorekorderji pred snemalno glavo nameščeno tuljavo, ki z izmeničnem magnetnim poljem pred snemanjem izbriše posnetek na magnetnem traku. Z ugotavljanjem aktivnosti te tuljave lahko določimo začetek in konec snemanja. Frekvenca sevanega elektromagnetnega polja te tuljave je odvisna od proizvajalca in se nahaja v območju med 30kHz in 80kHz. V članku je predstavljena realizacija detekcije aktivnosti tuljave s pomočjo množilnika signalov in dveh filtrov. V dokaz in prikaz delovanja metode detekcije so

uporabljeni metoda ortogonalne korelacije in matematična orodja, ki se navezujejo na le-to.

2 Nizkoprepustni filter



Slika 1: Nizkoprepustni filter; R-upor, C-kondenzator

Na sliki 1 je prikazan nizkoprepustni filter, za katerega lahko pokažemo, da deluje podobno kot poprečevalnik z eksponencialnim pozabljanjem.

$$RC \frac{dy}{dt} + y(t) = x(t) \quad (1)$$

Vzemimo, da vsakih h sekund vzorčimo signal. Potem lahko zapišemo

$$y_k = \left(\frac{T_{lf}}{T_{lf} + h} \right) y_{k-1} + \left(\frac{h}{T_{lf} + h} \right) x_k \quad (2)$$

h ...čas vzorčenja

$T_{lf}=RC$...časovna konstanta filtra

$$\alpha = \left(\frac{T_{lf}}{T_{lf} + h} \right) \quad (3)$$

$$y_k = \alpha y_{k-1} + (1 - \alpha) x_k \quad (4)$$

S pomočjo rekurzije dobimo naslednjo rešitev

$$y_k = (1-\alpha)(x_k + \alpha x_{k-1} + \alpha^2 x_{k-2} + \dots + \alpha^N x_{k-N}) + \alpha^{N+1} y_{k-N-1} \quad (5)$$

$$y_k = \lim_{N \rightarrow \infty} (1-\alpha) \left(\sum_{n=0}^N \alpha^n x_{k-n} \right) + \alpha^{N+1} y_{k-N-1} \quad (6)$$

Glede na enačbo 6 lahko rečemo, da nizkoprepustni filter deluje kot poprečevalnik z eksponencialnim pozabljanjem. Če upoštevamo pogoja $N \rightarrow \infty$ in $\alpha < 1$, lahko enačbo 6 zapišemo v skrajšani obliki

$$y_k = \lim_{N \rightarrow \infty} (1-\alpha) \left(\sum_{n=0}^N \alpha^n x_{k-n} \right) \quad (7)$$

Pri predpostavki, da nizkoprepustni filter deluje kot poprečevalnik, moramo upoštevati, da to velja le za tiste frekvence, ki so večje od $\frac{1}{T_{lf}}$. Poleg tega je stopnja poprečevanja odvisna od vhodne frekvence v filter.

V nadaljevanju bomo nizkoprepustni filter poenostavili v naslednjo obliko

$$y(t) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (8)$$

3 Množilnik signalov z nizko- in visokoprepustnim filtrom v primerjavi z metodo ortogonalne korelacije

3.1 Metoda ortogonalne korelacije

Za vektorja (signala) x in y velja, da sta ortogonalna, če je notranji produkt vektorjev enak 0.

$$x \perp y \Leftrightarrow \langle x(t), y(t) \rangle = 0 \quad (9)$$

Glede na enačbo 9 lahko za signale rečemo, da sta dva sinusna signala ortogonalna, v kolikor je njuna frekvenca različna

$$\omega_1 \neq \omega_2 \Rightarrow A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \perp A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \quad (10)$$

Identifikacijo s pomočjo ortogonalne korelacije [5] definiramo na naslednji način. Določimo vhodni in izhodni signal

$$u(t) = U_0 \sin(\omega_0 t) \quad (11)$$

$$y(t) = U_0 |G(j\omega_0)| \sin[\omega_0 t + \varphi(\omega_0)] \quad (12)$$

potem za identifikacijsko metodo s pomočjo ortogonalne korelacije velja

$$\phi_{uu}(\tau) = E\{u(t)u(t+\tau)\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(t)u(t+\tau) dt \quad (13)$$

$$\phi_{uy}(\tau) = E\{u(t)y(t+\tau)\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(t)y(t+\tau) dt \quad (14)$$

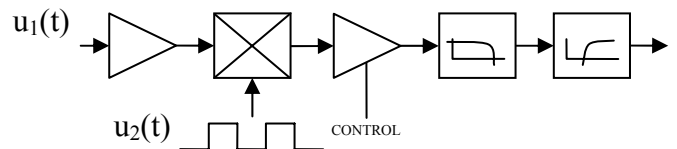
identifikacijo pa izvedemo na naslednji način

$$\Phi_{uu}(\omega) = F\{\phi_{uu}(\tau)\}, \Phi_{uy}(\omega) = F\{\phi_{uy}(\tau)\} \quad (15)$$

$$\Phi_{iy}(\omega) = G(j\omega)\Phi_{uu}(\omega) \quad (16)$$

3.2 Množilnik signalov

Vzemimo množilnik signalov z nizkoprepustnim in visokoprepustnim filtrom.



Slika 2: Množilnik signalov

Vhodna signala v množilnik sta

$$u_1(t) = U_1 \sin(\omega_1 t) \quad (17)$$

$$u_2(t) = U_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_u) \quad (18)$$

izhod iz množilnika pa

$$u_{12}(t) = U_1 \sin(\omega_1 t) \cdot U_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_u) \quad (19)$$

Na sliki 2 je generirani signal $u_2(t)$ pravokotne oblike, v enačbi 18 pa zaradi poenostavitve vzamemo le njegovo glavno sinusno komponento. Vpliv ostalih harmonikov bomo pojasnili kasneje. Predpostavimo

naslednje lastnosti vhodnih signalov v množilnik signalov

$$\omega_1 = \omega_2 \quad (20)$$

$$\omega_1 \gg 2\pi \frac{1}{T_{lf}} \quad (21)$$

nizkoprepustni filter pa zamenjamo z enačbo 8. Potem lahko zapišemo izhod iz nizkoprepustnega filtra

$$y_{lf}(t) = \frac{1}{T} \int_0^T (U_1 \cdot U_2) \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t + \varphi_u) dt \quad (22)$$

Pri integraciji smo se zaradi eksponentnega pozabljanja nizkoprepustnega filtra omejili na integracijo samo preko ene periode. Če postavimo relacijo med spremenljivkama $\varphi_u \leftrightarrow \tau$, lahko ugotovimo podobnost enačbe 22 z enačbo 13 ter s tem pokažemo podobnost z metodo ortogonalne korelacije. Pomembna razlika glede na ortogonalno korelacijo pa je ta, da nimamo vpliva na φ_u , saj je le-ta odvisen od faznega zamika vhodnih signalov v množilnik. Poleg tega ugotovimo, da je velikost φ_u na izhodni signal bistvenega pomena. Nadaljnja integracija enačbe 22 to tudi potrди.

$$y_{lf}(t) = \frac{U_1 \cdot U_2}{2T} \cos(\varphi_u) \quad (23)$$

Da bi to pomanjkljivost odpravili, spremenimo pogoj 20 v $\omega_1 \neq \omega_2$ ter dodamo naslednji pogoj

$$|\omega_1 - \omega_2| < 2\pi \frac{1}{T_{lf}} \quad (24)$$

Enačbo 19 lahko zapišemo na naslednji način

$$u_{12}(t) = \frac{U_1 \cdot U_2}{2} [\cos((\omega_1 - \omega_2)t - \varphi_u) - \cos((\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_u)] \quad (25)$$

Ker velja $\omega_1 + \omega_2 \gg 2\pi \frac{1}{T_{lf}}$ in $T = \frac{2\pi}{(\omega_1 + \omega_2)}$, je

$$\frac{1}{T} \int_0^T \cos((\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_u) dt = 0 \quad (26)$$

kar lahko zapišemo zaradi lastnosti nizkoprepustnega filtra, zato je izhod iz nizkoprepustnega filtra enak

$$y_{lf}(t) = \frac{U_1 \cdot U_2}{2} [\cos((\omega_1 - \omega_2)t - \varphi_u)] \quad (27)$$

V tem primeru, ne glede na začetno fazo množenja na izhodu, vedno dobimo izmenično komponento konstantne frekvence in amplitude. Torej je pristop merjenja izmenične komponente boljši od merjenja enosmerne komponente, ki jo dobimo pri množenju dveh enakih frekvenc. Ker enačba 27 velja za vse frekvence v mejah

$$0 \leq f < \frac{1}{T_{lf}} \quad (28),$$

je potrebno zagotoviti dodatno selektivnost, saj ima rezultat smisel (za potrebe merjenja točno določene frekvence) le, če se zgodi pri točno določeni frekvenci. Da bi zagotovili to selektivnost, dodamo visokoprepustni filter s prenosno funkcijo

$$G(j\omega) = \frac{T_{hf}(j\omega)}{1 + T_{hf}(j\omega)} \quad (29)$$

kjer je

$$T_{hf} = T_{lf} \quad (30)$$

S tem smo zagotovili, da enačbi 26 in 27 veljata samo za frekvence okoli lomne frekvence nizko- in visokoprepustnega filtra.

Pri enačbi 18 smo pravokotni signal zamenjali s sinusnim. Če analiziramo to poenostavitev, ugotovimo sledeče. Pravokotni signal lahko zapišemo kot

$$u_2(t) = \frac{U_2}{\pi} \left[\sin(\omega_2 t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega_2 t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega_2 t) + \dots \right] \quad (31)$$

Glede na pogoj 21 lahko zapišemo $\omega_1 \approx \omega_2$. Zaradi tega bo za vse produkte harmonikov z iskano frekvenco veljalo, da so večji od frekvence $\frac{1}{T_{lf}}$. Torej bo tudi zanje veljala enačba 26. Ugotovimo, da s poenostavitvijo

pravokotnega signala nismo izgubili na ustreznosti rezultata.

4 Analiza vpliva motenj

Definirajmo izhodni signal kot funkcijo vhodnega signala ter motnje

$$y(t) = f(u_1(t), n_1(t), u_2(t)) \quad (32)$$

Pri analizi motnje z ortogonalno korelacijo predpostavimo, da motnja nastopi pri merjenju izhodnega signala. V našem primeru tak pristop ni primeren, ker je izhodni signal veličina, ki nam predstavlja končni rezultat. Zato je primernejše, da raziščemo vpliv motenj, ki so korelirane z izhodnim signalom (enačba 32).

4.1 Pristranskost

$$y(t) = P \int_0^T (\sin(\omega_1 t) + n_1(t)) \cdot \sin(\omega_2 t + \varphi_1) \cdot e^{j\varphi(\omega_0)} \cdot dt \quad (33)$$

$$P = \frac{|G(j\omega_0)| \cdot (U_1 \cdot U_2)}{T}$$

$$E\{\Delta y(t)\} = E\left\{P \int_0^T n_1(t) \cdot \sin(\omega_2 t) \cdot e^{j\varphi(\omega_0)} \cdot dt\right\} = \quad (34)$$

$$P \int_0^T E\{n_1(t)\} \cdot \sin(\omega_2 t) \cdot e^{j\varphi(\omega_0)} \cdot dt = 0$$

4.2 Varianca napake

Visokofrekvenčni šum

$$\begin{aligned} E\left\{|\Delta y(t)|^2\right\} &= E\left\{\left(P \int_0^T n_1(t) \cdot \sin(\omega_2 t) \cdot dt \cdot e^{j\varphi(\omega_0)}\right)^2\right\} \\ &= P \int_0^T \int_0^{T-t} \phi_m(\tau) \cdot \sin(\omega_2(\tau-t)) \cdot \sin(\omega_2 t) \cdot e^{j\varphi(\omega_0)} d\tau dt \quad (35) \\ &= \frac{P}{2} \int_{-T}^0 \phi_m(\tau) \cdot [\cos(\omega_2 \tau)[T+\tau] + \sin(\omega_2 2t)] \cdot e^{j\varphi(\omega_0)} d\tau \end{aligned}$$

Sinusna/ kosinusa motnja

$$n(t) = N_0 \cos(\omega_n t) \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \Delta y(t) &= P_N \int_0^T \cos(\omega t) \cdot \sin(\omega_2 t) \cdot e^{j\varphi(\omega_0)} \cdot dt \\ &= \frac{P_N \cdot e^{j\varphi(\omega_0)}}{2} \int_0^T \sin((\omega_2 + \omega)t) + \sin((\omega_2 - \omega)t) \cdot dt \\ &= \frac{P_N \cdot e^{j\varphi(\omega_0)}}{2} \times \frac{2\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi n\omega}{\omega_0}\right)\right] \\ P_N &= \frac{|G(j\omega_0)|(U_2 \cdot N_0)}{T} \quad (37) \end{aligned}$$

Nizkofrekvenčne motnje

$$n(t) = d(t) \quad (38)$$

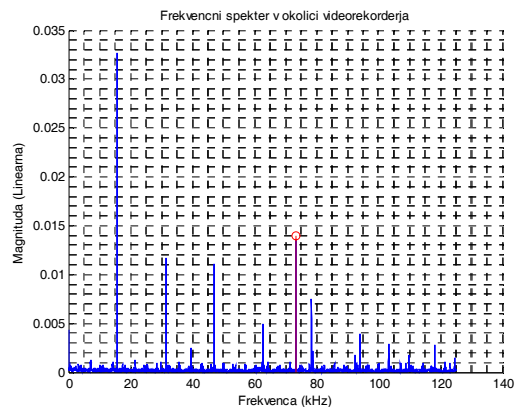
$$\Delta y(t) = \frac{|G(j\omega_0)|U_2}{T} d(t) \cdot \sin(\omega_2 t) \cdot e^{j\varphi(\omega_0)} \quad (39)$$

Pristranskost Iz enačbe 33 je razvidno, da je konvergenca signala nepristranska.

Varianca napake Enačbe 35, 36, 37, 38 in 39 prikazujejo vpliv motenj na vходу na varianco napake izhodnega signala. Za enačbo 39 lahko rečemo, da so nizkofrekvenčne motnje pogojene z visokoprepustnim filtrom, prav tako tudi visokofrekvenčne motnje, ki so pogojene z nizkoprepustnim filtrom. Za kosinusno ali sinusno motnjo pa velja, da vpliva na meritev takrat, ko je njena amplituda dovolj velika in je frekvenčno blizu glede na iskano frekvenco ter na pasovno širino, ki jo določata filtra.

5 Realizacija

Kakor je že bilo omenjeno, se frekvenca elektromagnetnega polja tuljave razlikuje med proizvajalci ter modeli videorekorderjev. Tako zasledimo frekvence v območju med 30kHz in 80kHz. Za iskanje frekvence sevanelega elektromagnetnega polja je bil uporabljen že predstavljen princip množilnika signalov. Ta metoda se izkaže kot najprimernejša, saj je enostavna za izdelavo in učinkovita.

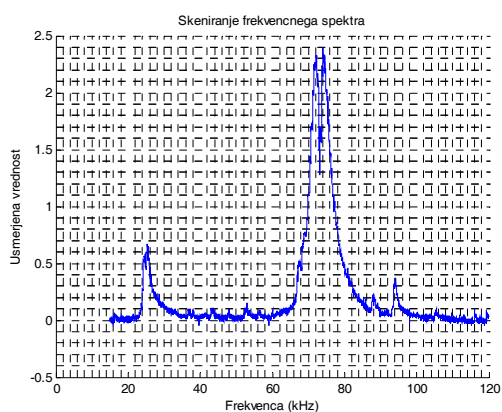


Slika 3: Frekvenčni spekter na senzorju

Na sliki 3 je prikazan primer frekvenčnega spektra, ki ga dobimo preko senzorja, nameščenega na meter. Pri frekvenci okoli 73kHz je vidna iskana frekvenca. Detekcijo aktivnosti tuljave razdelimo na nastavitve metra ter konstantno spremljanje aktivnosti tuljave.

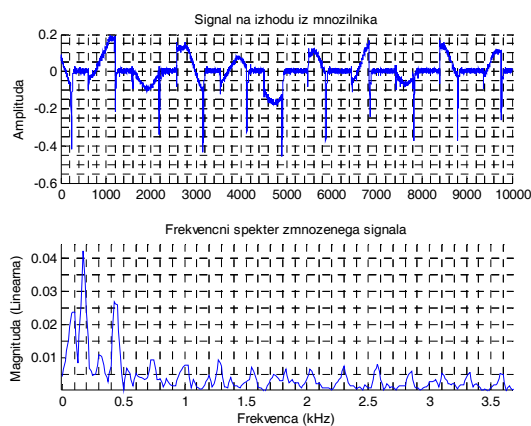
5.1 Nastavitve

Postopek nastavitve metra poteka tako, da preko množilnika signalov množimo signal iz senzorja s pravokotnim signalom, kateremu spreminjamo frekvenco med 15kHz in 120kHz. Območje je razdeljeno na 256 korakov, kjer je porazdelitev linearna (Slika 4). Območje je večje od pričakovanega zaradi gotovosti, da zares pokrijemo vse frekvence, ki jih generirajo videorekorderji na trgu. Pravokotni signal je generiran s pomočjo napetostno krmiljenega generatorja pravokotnega signala.



Slika 4: Frekvenčni spekter na izhodu množilnika signalov

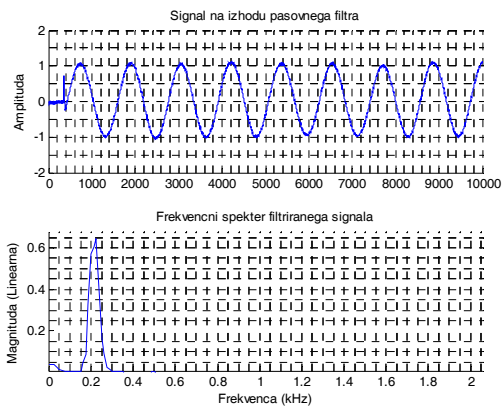
Ker je skeniranje območja izvedeno s frekvencami, ki razdelijo celotno območje na 256 delov, nam to doprinese dodatno selektivnost pri detekciji, saj nimamo težav z bližnjimi frekvencami. Zmnožena vhodna signala (Slika 5) filtriramo preko nizkoprepustnega filtra drugega reda in visokoprepustnega filtra prvega reda (Slika 6). Zmnoženi filtrirani signal nato usmerimo ter merimo.



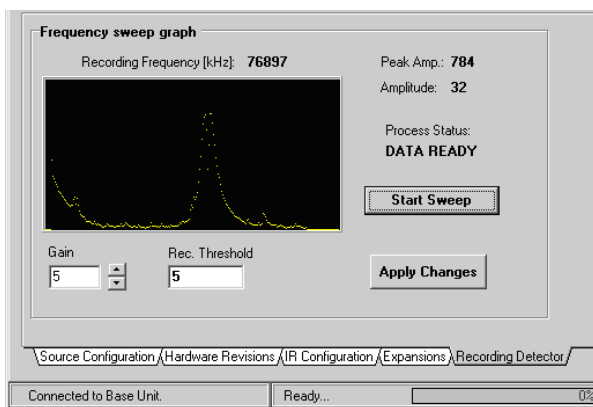
Slika 5: Množenje signalov

Da bi iskanje frekvence pravilno delovalo, mora biti frekvenca, ki jo iščemo, najmočnejše zastopana v celotnem spektru, ki ga zaznavamo preko senzorja. Zato morajo tehniki senzor metra pri iskanju frekvence namestiti čim bližje tuljavi. Z videorekorderja je potrebno odstraniti vrhni pokrov ter postaviti senzor k tuljavi. S tem zagotovimo, da je v vhodnem signalu, ki ga zajemamo preko senzorja, najmočnejše zastopana ravno iskana frekvenca, kar omogoči avtomatsko iskanje frekvence. To kasneje omogoča tudi boljšo namestitev senzorja na videorekorder, saj se tako natančneje določi položaj tuljave.

Z namenom, da bi imeli boljši nadzor nad iskanjem frekvence, je bila izdelana programska oprema, ki preko USB vrat nadzoruje dogajanje na metru. Program nazorno prikaže zaznalo frekvenco (Slika 7). Poleg tega omogoča še dodatne nastavitve, ki vplivajo na iskanje frekvence ter kasnejšo detekcijo.



Slika 6: Filtrirani zmnoženi signal



Slika 7: Prikaz iskanja frekvence

5.2 Zaznava aktivnosti tuljave

Pri stalnem spremljanju (merjenju) aktivnosti tuljave množimo signal iz sensorja s pravokotnim signalom konstantne frekvence, ki smo jo določili pri nastavitvi metra. Usmerjeni signal ves čas opazujemo in v kolikor le-ta preseže določeno vrednost, to zaznamo kot snemanje na trak videorekorderja.

6 Zaključek

Predstavljena metoda je bila že izdelana in poslana na tržišče v več kot deset držav. Vgrajena je v nekaj tisoč naprav, kjer se je izkazala kot zanesljiva in preprosta za uporabo. Trenutne povratne informacije s strani uporabnikov so pozitivne, kar potrjuje pravilnost odločitve. Poleg tega so vse odločitve pri izdelavi te merilne metode matematično enostavno dokazljive, kar daje tej metodi dodatno težo. Metoda je bila predstavljena kot primerjava z metodo identifikacije s pomočjo ortogonalne korelacije, kot drugačen pogled na predstavljeni problem. Prav tako pa bi lahko metodo razložili kot množenje signalov, filtriranih preko ozkopasovnega filtra.

7 Literatura

- [1] France Mihelič, Ludvik Gyergyek, Tomaž Ebenšpanger, *Signali – priročnik z zbirko rešenih nalog*, Založba FE in FRI, Univerza v Ljubljani, 1996
- [2] J.G. Proakis, D.G. Manolakis, *Digital signal processing - Principles, algorithms and applications*, MacMillan, 1992
- [3] E.C. Ifeachor, B.W. Jervis, *Digital signal processing - A practical approach*, Addison-Wesley, 1993
- [4] Sašo Tomazič, Savo Leonardis, *Zvezni in diskretni signali – Analiza in obdelava*, Založba FE in FRI, Univerza v Ljubljani, 1998
- [5] Drago Matko, *Identifikacije*, Založba FE in FRI, Univerza v Ljubljani, 1998